Obraz zawierający tekst

Opis wygenerowany automatycznie

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY** | | | | | | | | | | | | | | | | | ***Miejsce na naklejkę.***  *Sprawdź, czy kod na naklejce to*  **M-660***.* |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **KOD PESEL** | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Egzamin maturalny** | ***Formuła 2023*** | |
|  | | |
| **MATEMATYKA** | | |
| **Poziom rozszerzony**  **TEST DIAGNOSTYCZNY** | | |
| *Symbol arkusza*  **M**MAP-R0-**660**-2212 |

|  |
| --- |
| **WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY** |
| Uprawnienia zdającego do:   |  |  | | --- | --- | |  | dostosowania zasad oceniania |  |  |  | | --- | --- | |  | dostosowania w zw. z dyskalkulią |  |  |  | | --- | --- | |  | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę. | |

Data: **19 grudnia 2022 r.**

Godzina rozpoczęcia: **9:00**

Czas trwania: **do 270 minut**

Liczba punktów do uzyskania: **50**

**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.



**Instrukcja dla zdającego**

1. Arkusz zawiera 12 zadań.
2. Obok każdego numeru zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
3. Odpowiedzi zapisuj na kartkach dołączonych do arkusza, na których zespół nadzorujący wpisał Twój numer PESEL.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. W razie pomyłki błędny zapis zapunktuj.
6. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Tobie właściwą broszurę z zestawem wzorów.

Zadanie 1. (0–2)

Oblicz

Zapisz obliczenia.

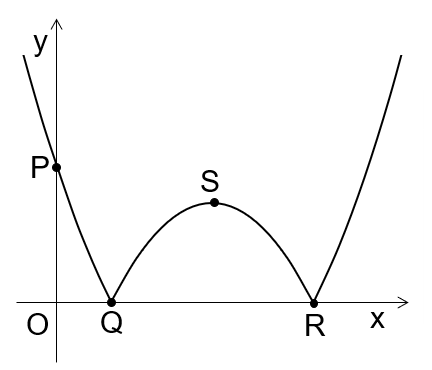
Zadanie 2.

Funkcja jest określona wzorem

dla każdego należącego do zbioru liczb rzeczywistych.

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji w kartezjańskim układzie   
współrzędnych . Jednostki na osiach usunięto.

Punkt jest punktem przecięcia wykresu funkcji z osią , punkty oraz są punktami wspólnymi wykresu funkcji i osi . W punkcie funkcja osiąga lokalne maksimum.



Zadanie 2.1. (0–2)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości, jakie funkcja przyjmuje w przedziale .

Zapisz obliczenia.

Zadanie 2.2. (0–2)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru , dla których równanie ma dokładnie dwa rozwiązania dodatnie.

Zadanie 3. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej oraz dla każdej liczby rzeczywistej , spełniających warunek , prawdziwa jest nierówność

.

Zadanie 4. (0–3)

Maszyna napełnia torebki herbatą. Każda torebka ma zostać napełniona g herbaty. Torebkę, która zawiera mniej niż g herbaty, nazywamy torebką z niedowagą. Prawdopodobieństwo tego, że pojedyncza torebka napełniona przez tę maszynę jest z niedowagą, jest równe . Kontroli poddano masę herbaty w torebkach napełnianych przez tę maszynę danego dnia. Do kontroli wybrano losowo torebek.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wśród tych losowo wybranych torebek znajdą się co najwyżej dwie torebki z niedowagą.

Zapisz obliczenia. Wynik zapisz w zaokrągleniu do drugiego miejsca po przecinku.

Zadanie 5. (0–4)

Rozwiąż równanie

Zapisz obliczenia.

Zadanie 6. (0–4)

W trójkącie poprowadzono dwusieczne kątów przecinające boki , i tego trójkąta w punktach – odpowiednio – , oraz . Punkt jest punktem przecięcia tych dwusiecznych (jak na rysunku). Na czworokątach oraz można opisać okrąg.

Udowodnij, że trójkąt jest równoboczny.

A

B

C

L

K

P

M

Zadanie 7. (0–4)

Olejarnia wytwarza olej ekologiczny. Aby produkcja była opłacalna, dzienna wielkość produkcji musi wynosić co najmniej litrów i nie może przekroczyć litrów (ze względu na ograniczone moce produkcyjne). Przy poziomie produkcji litrów dziennie przeciętny koszt (w złotych) wytworzenia jednego litra oleju jest równy

,

gdzie .

Oblicz, ile litrów oleju dziennie powinna wytworzyć olejarnia, aby przeciętny koszt produkcji jednego litra oleju był najmniejszy (z zachowaniem opłacalności produkcji). Oblicz ten najmniejszy przeciętny koszt.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–5)

Rozwiąż nierówność

Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru , dla których równanie

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste oraz , spełniające warunek

Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–5)

Dany jest sześcian o podstawie i krawędzi o długości . Przez przekątną podstawy poprowadzono płaszczyznę nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem o mierze takim, że .

Nazwij figurę, która jest przekrojem tego sześcianu wyznaczonym przez płaszczyznę . Oblicz pole tego przekroju.

Zapisz obliczenia.

Na rysunku pomocniczym przedstawiono przekrój tego sześcianu płaszczyzną zawierającą przekątne oraz . Punkt jest punktem przecięcia przekątnych podstawy .

Wskazówka: odcinek jest wysokością szukanej figury.

A

G

C

E

O

P

R

α

Zadanie 11. (0–5)

Dany jest trapez o podstawach i , w którym oraz ramię ma długość (jak na rysunku). Na tym trapezie opisano okrąg o promieniu . Miary kątów i tego trapezu spełniają warunek

Oblicz pole i obwód trapezu .

Zapisz obliczenia.

C

D

6

B

A

E

Zadanie 12. (0–6)

Prosta o równaniu przecina parabolę o równaniu w punktach oraz . Pierwsza współrzędna punktu jest liczbą dodatnią; pierwsza współrzędna punktu jest liczbą ujemną. Prosta jest równoległa do prostej i styczna do danej paraboli w punkcie .

Oblicz odległość punktu od prostej oraz pole trójkąta .

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: możesz skorzystać z pomocniczego rysunku.

y

O

x

A

B

C

l

k

Koniec