

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-Q00.

EGZAMIN MATURALNY
MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY
TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**
CZAS PRACY: **do 210 minut**

(Czas może być przedłużony zgodnie z przyznanym dostosowaniem.)

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę

dostosowania
zasad oceniania

dostosowania w zw.
z dyskalkulią.



EMAP-R0-**Q00**-2103

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 49 stron
(zadania 1– 15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu
nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to
przeznaczonym.
3. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.

4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na kolejnych stronach.

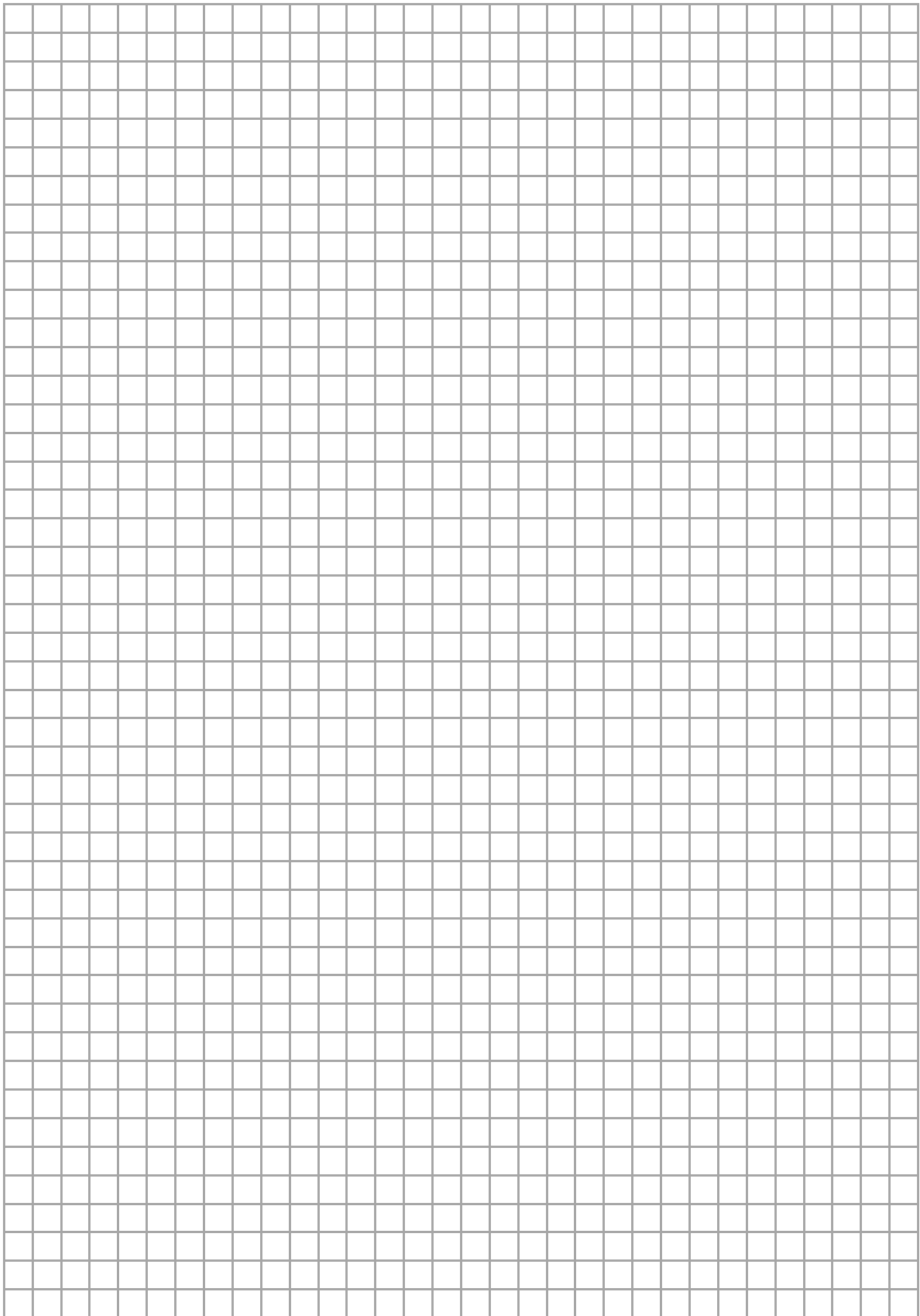
W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

- A. $\frac{1}{\log_3 4}$
- B. $\log_3 4$
- C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$
- D. $\log_3 \sqrt{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

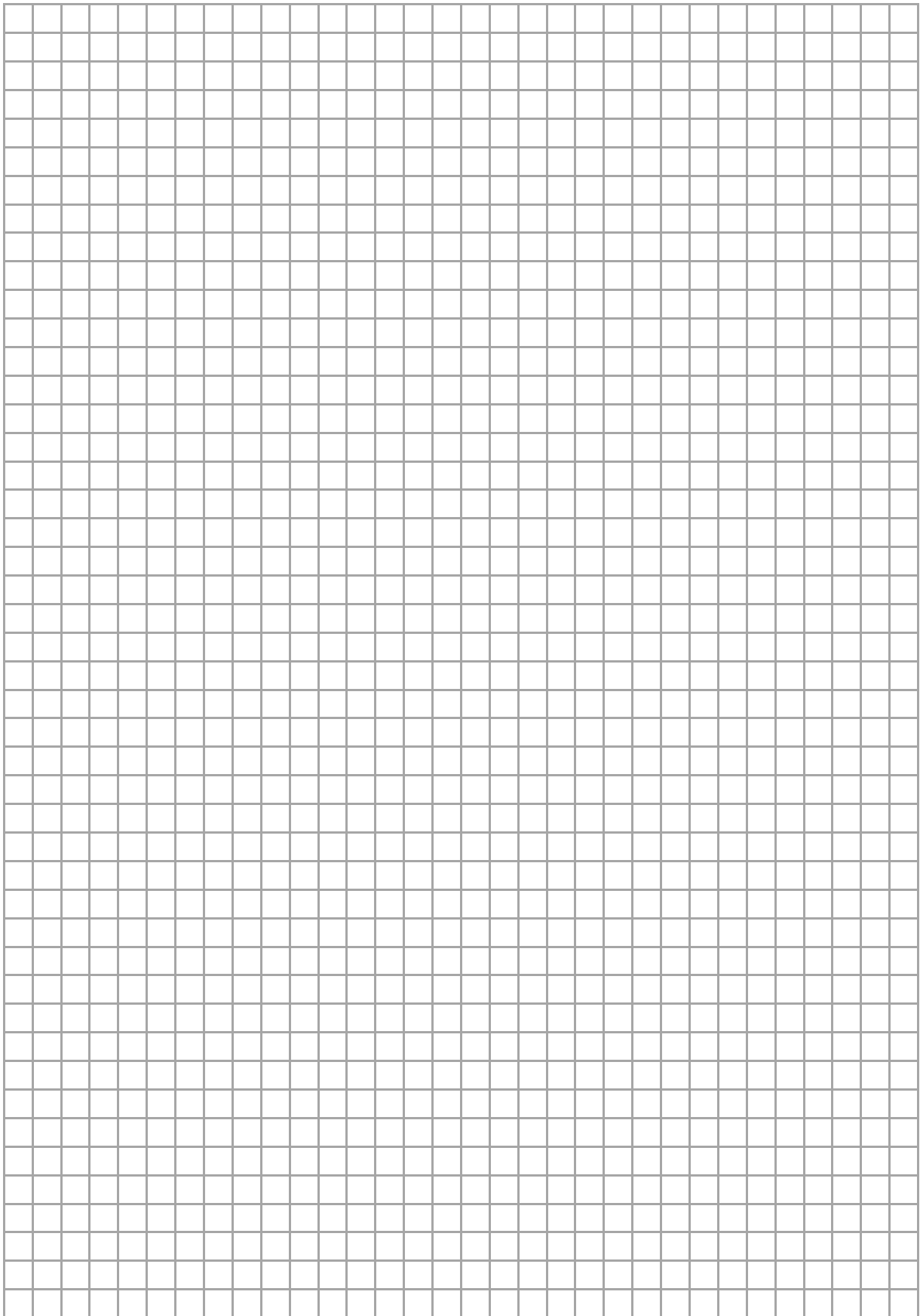


Zadanie 2. (0–1)

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

- A. $\frac{2}{18}$
- B. $\frac{15}{23}$
- C. $\frac{8}{23}$
- D. $\frac{5}{18}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

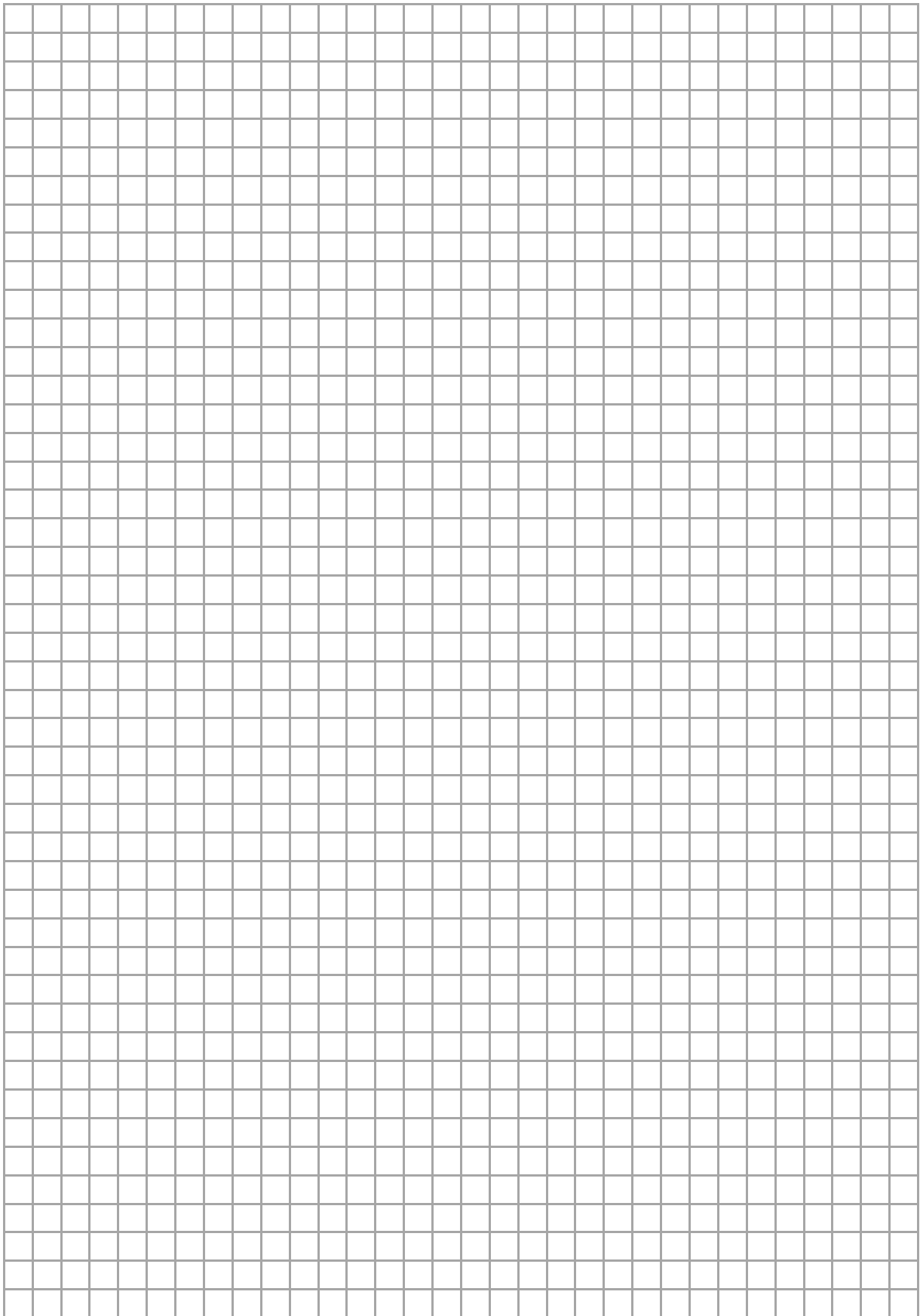


Zadanie 3. (0–1)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$ w punkcie

- A. $(-1, 6)$
- B. $(0, 5)$
- C. $(1, 5)$
- D. $(2, 3)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



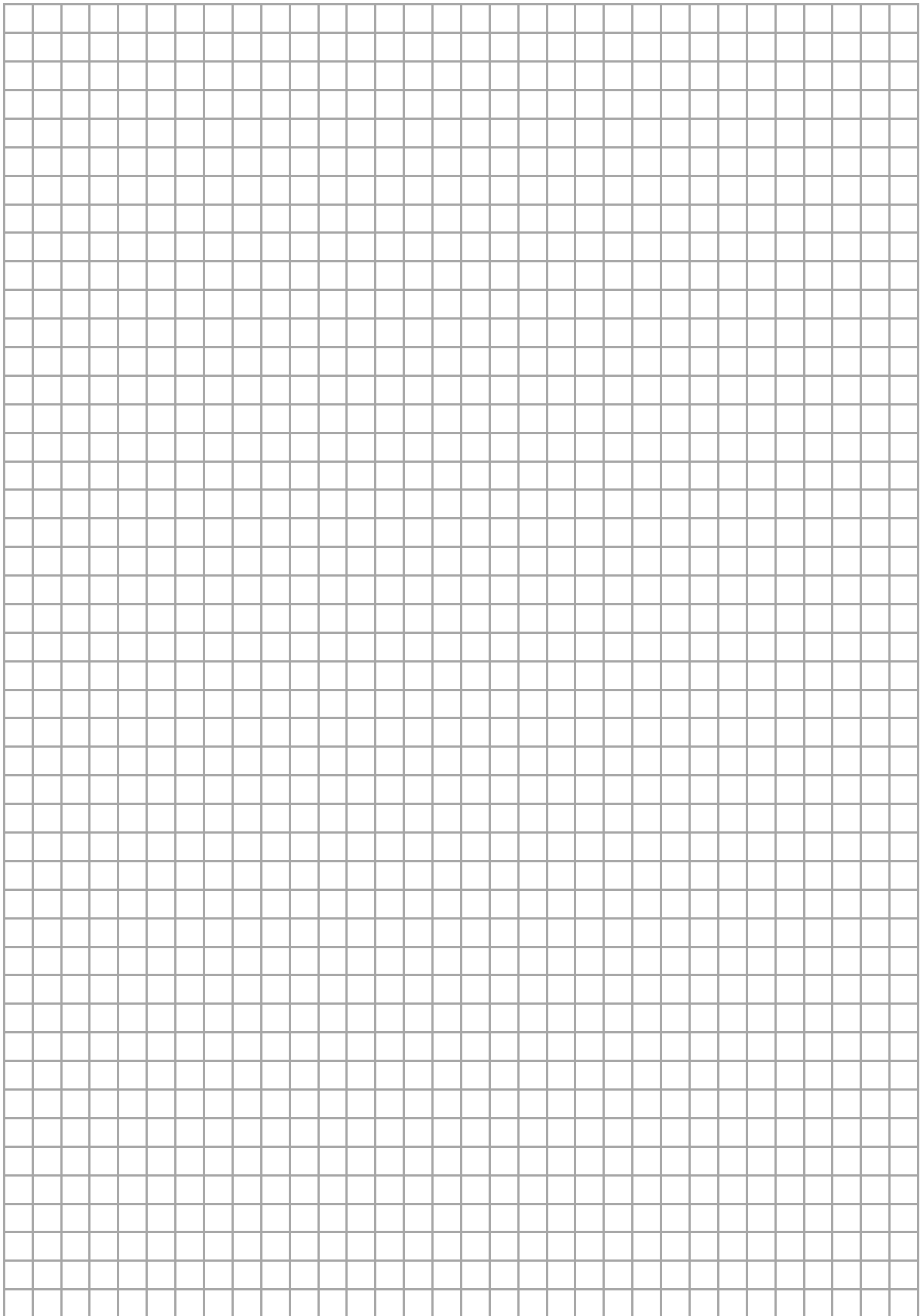
Zadanie 4. (0–1)

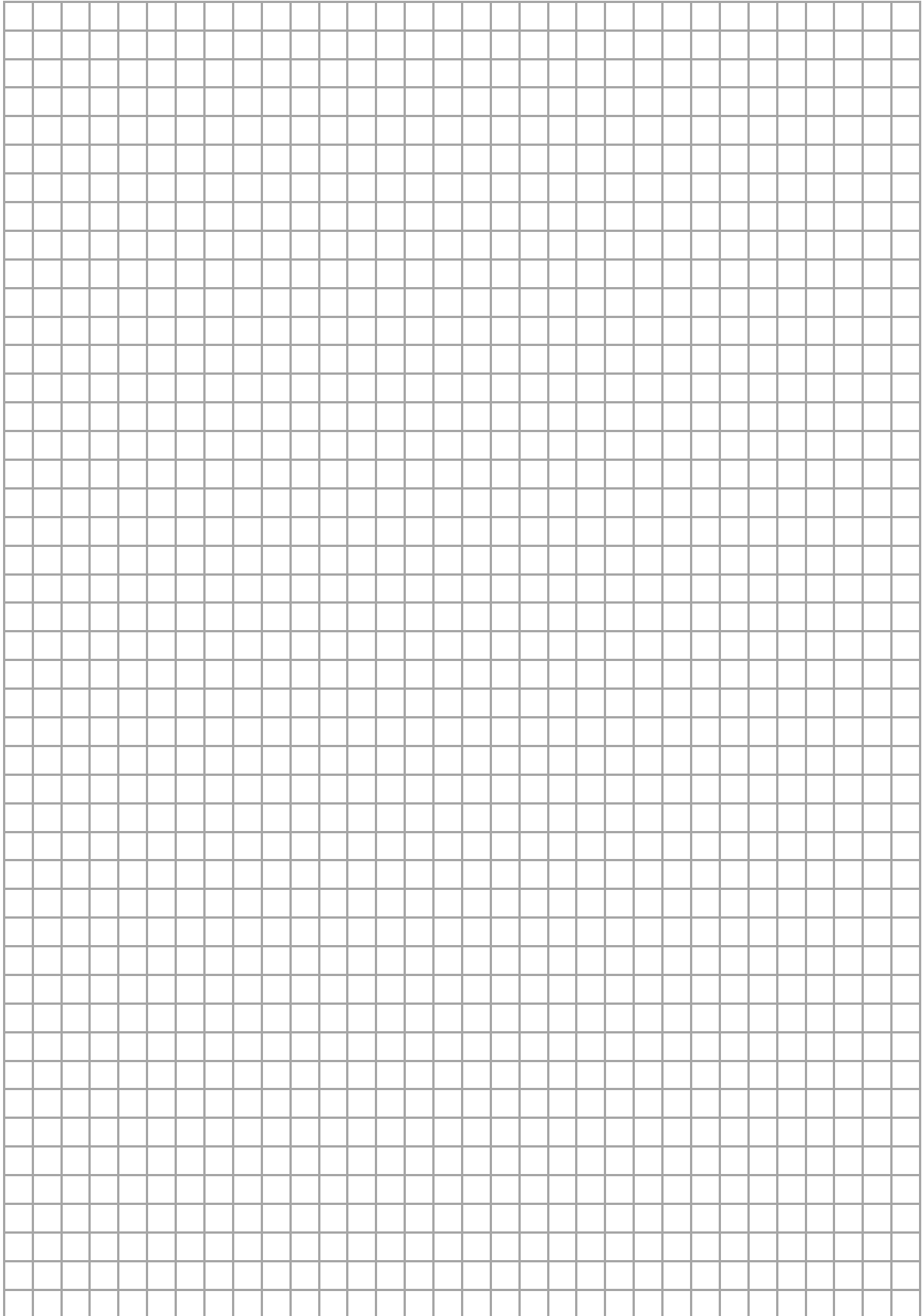
Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x - y$ jest równa

- A. 0
- B. $\sqrt{3}$
- C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$
- D. 3

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

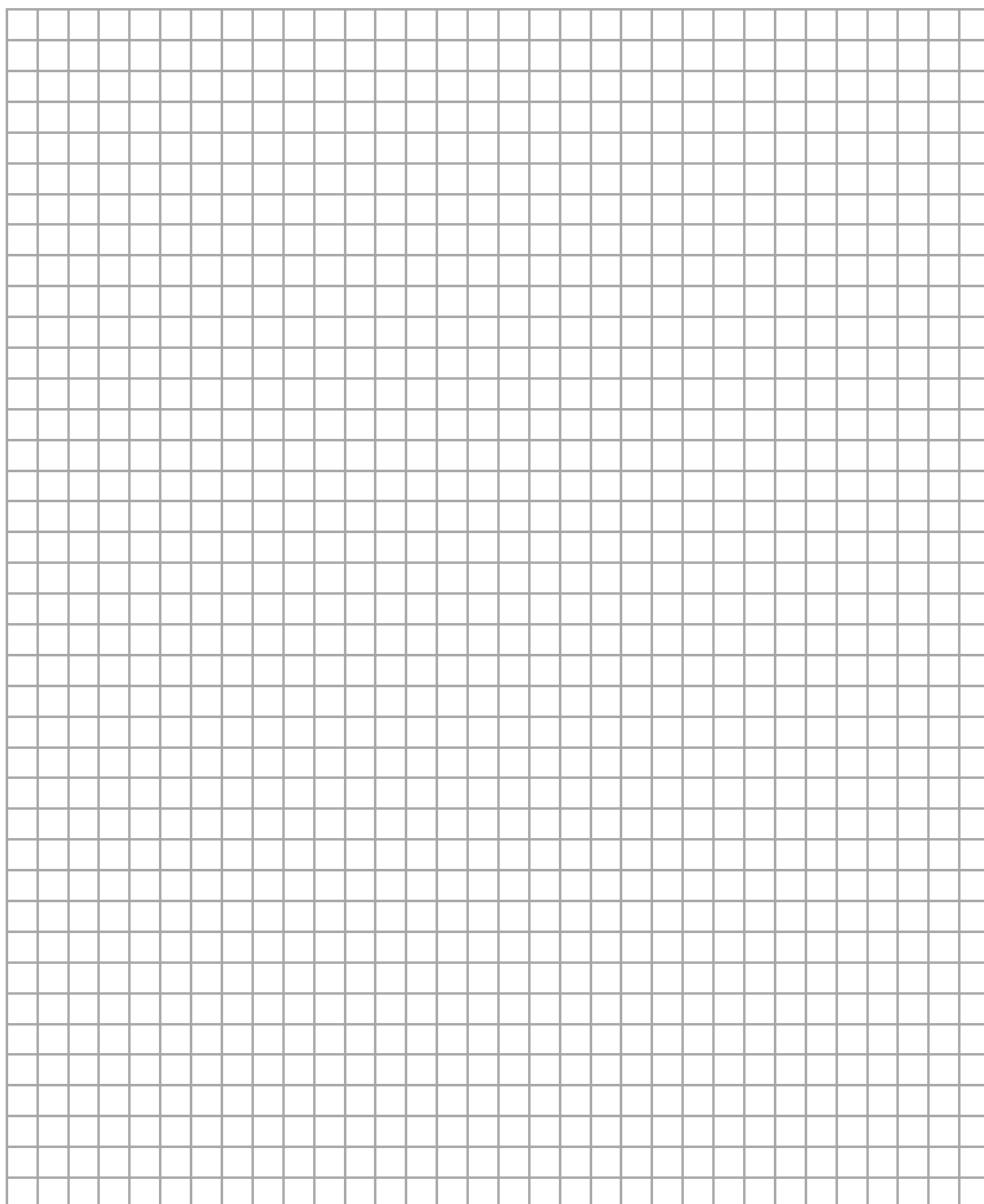


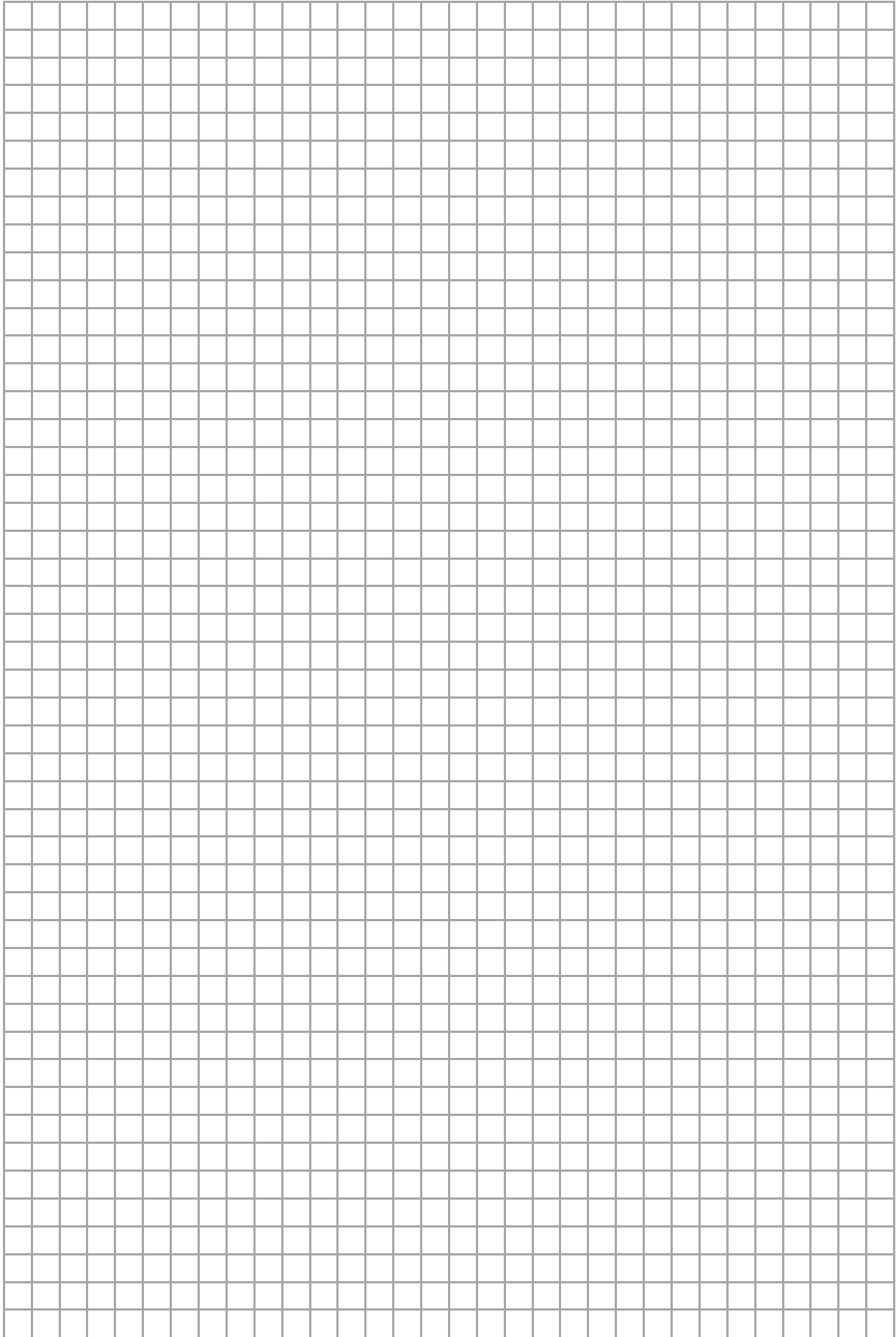


Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność:

$$5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$$

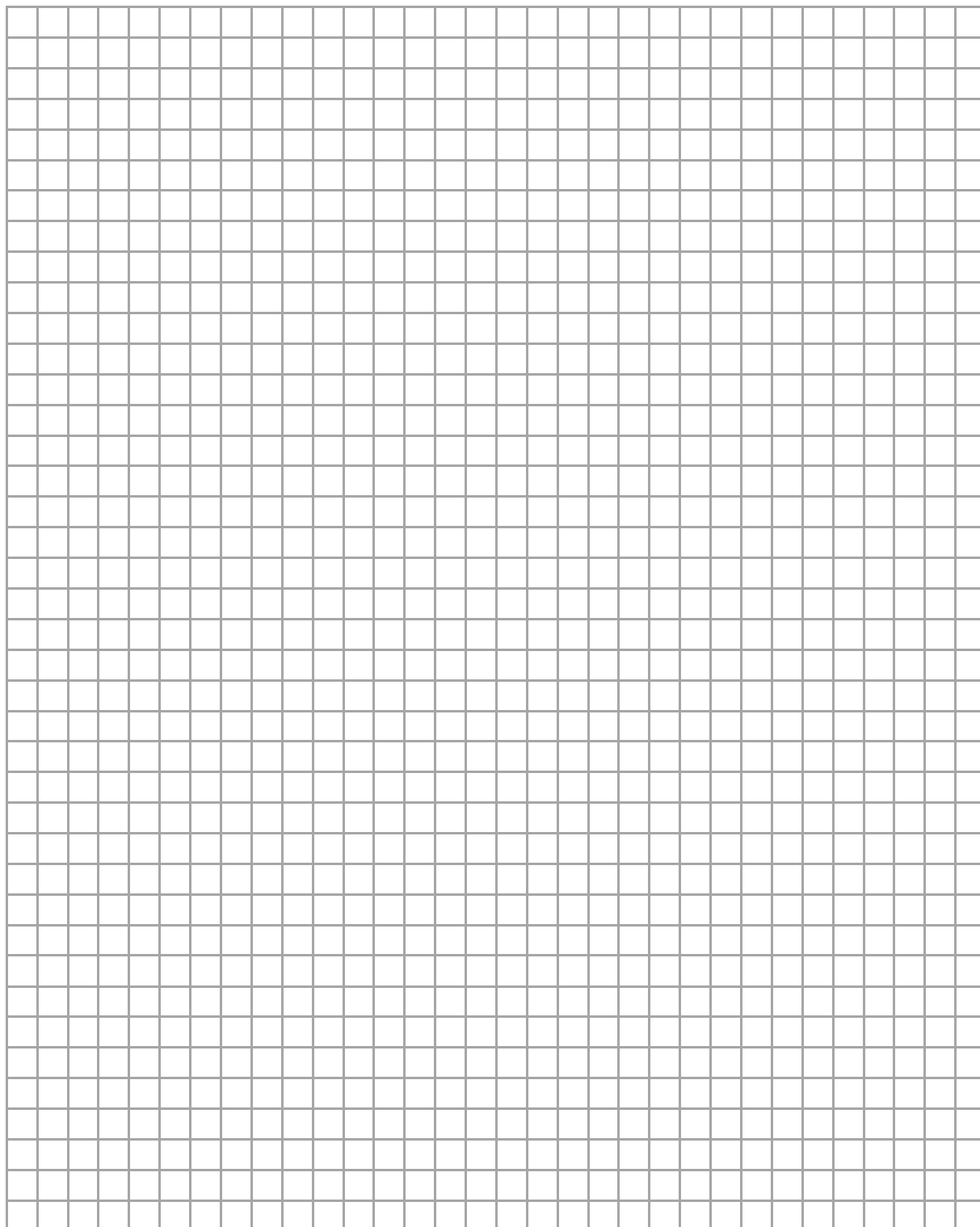


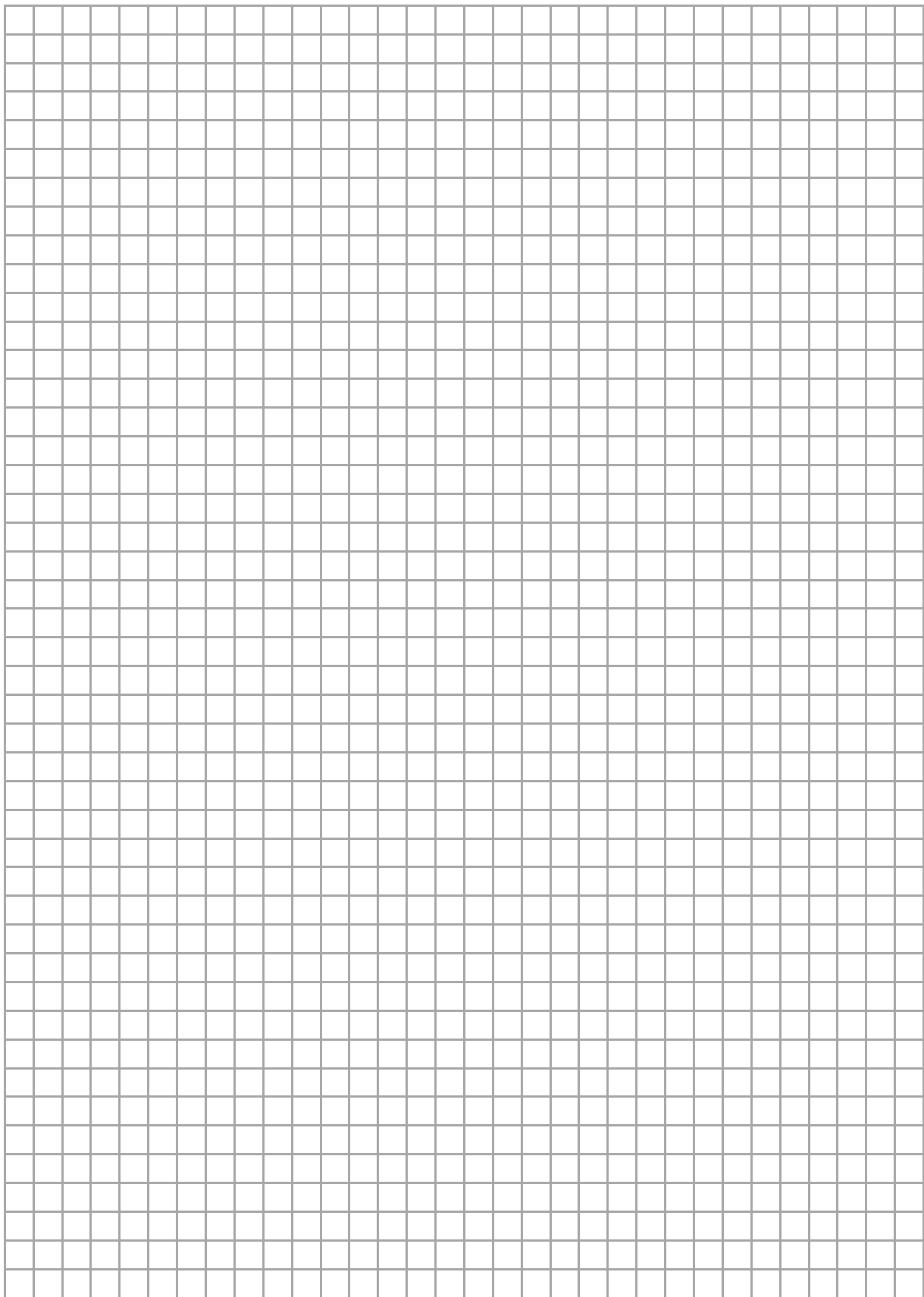


Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

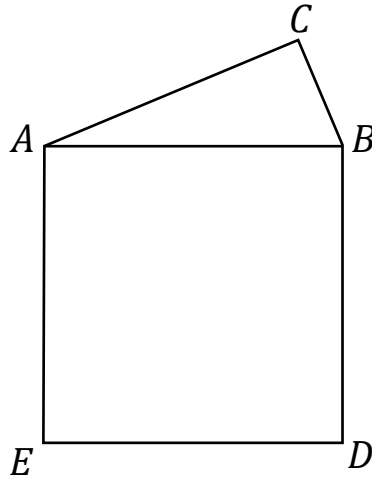




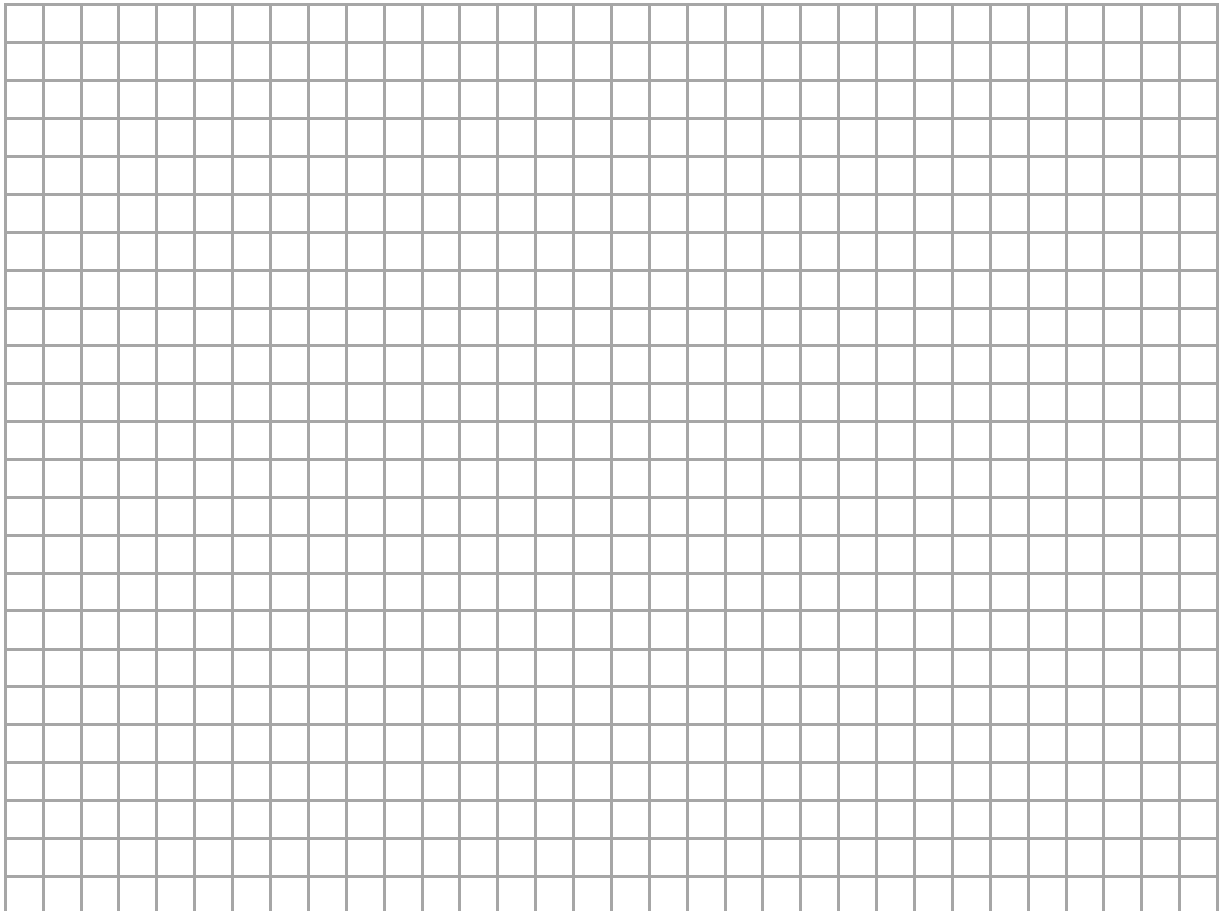
Odpowiedź:

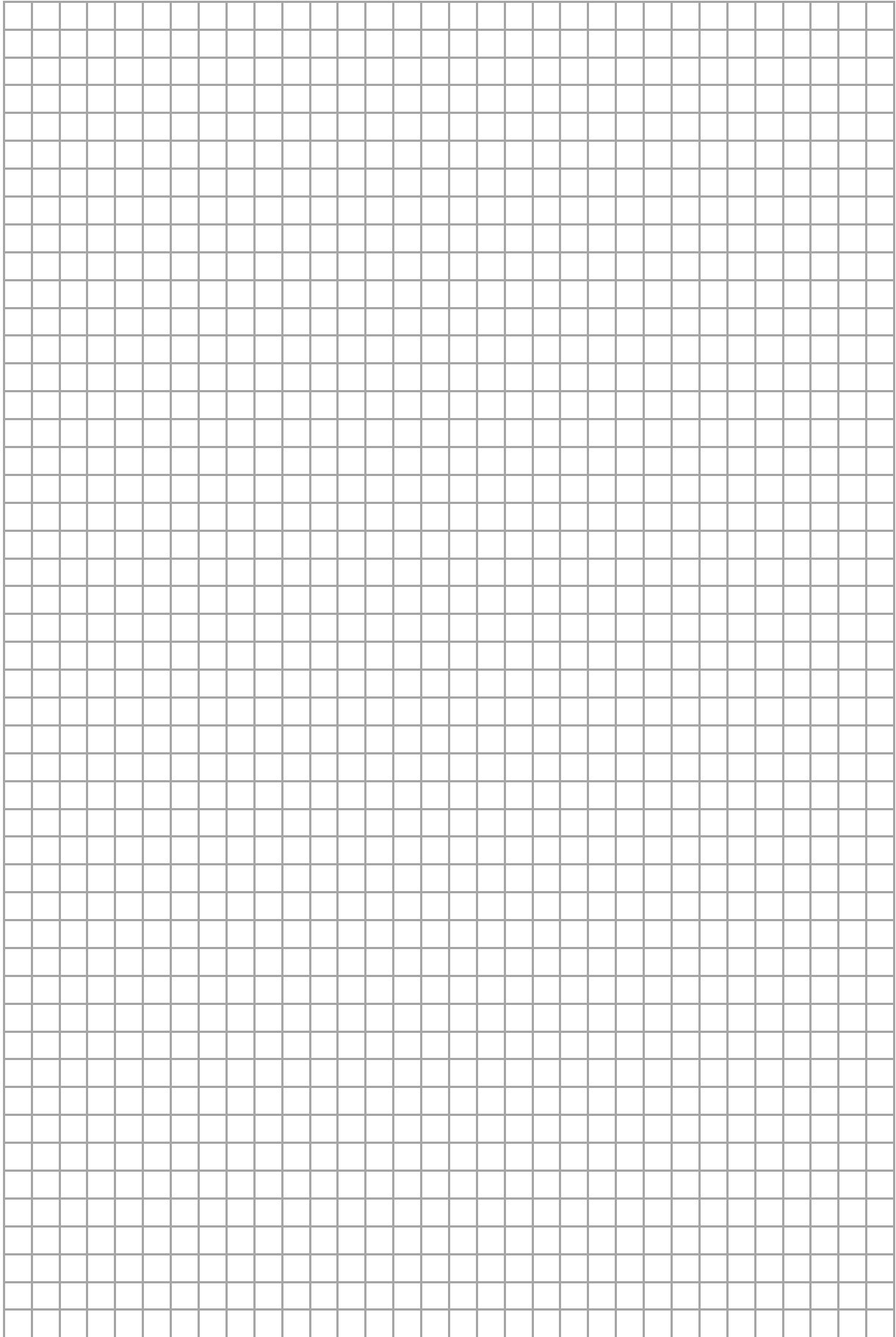
Zadanie 8. (0–4)

Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat $ABDE$ (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k .



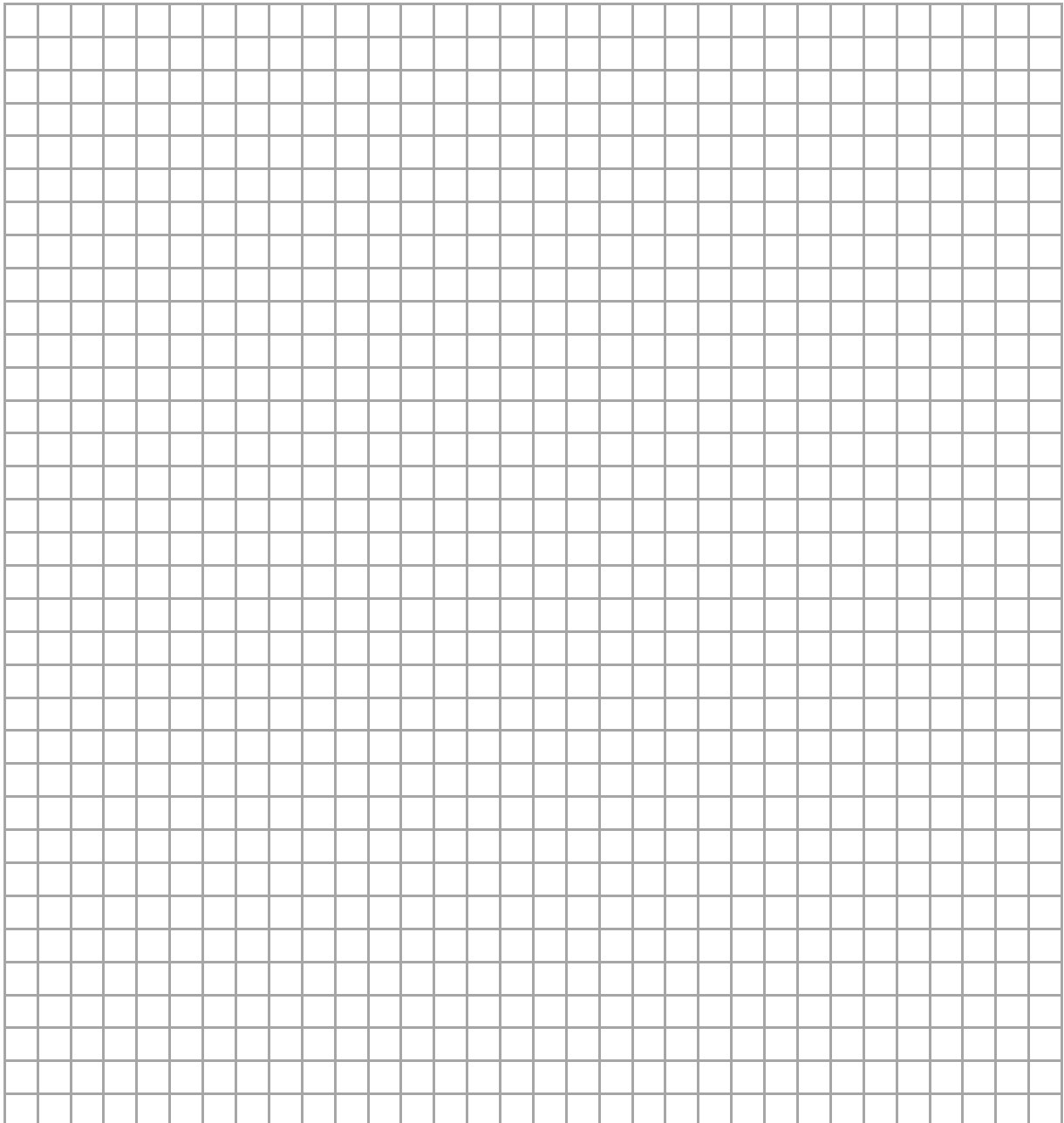
Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$.

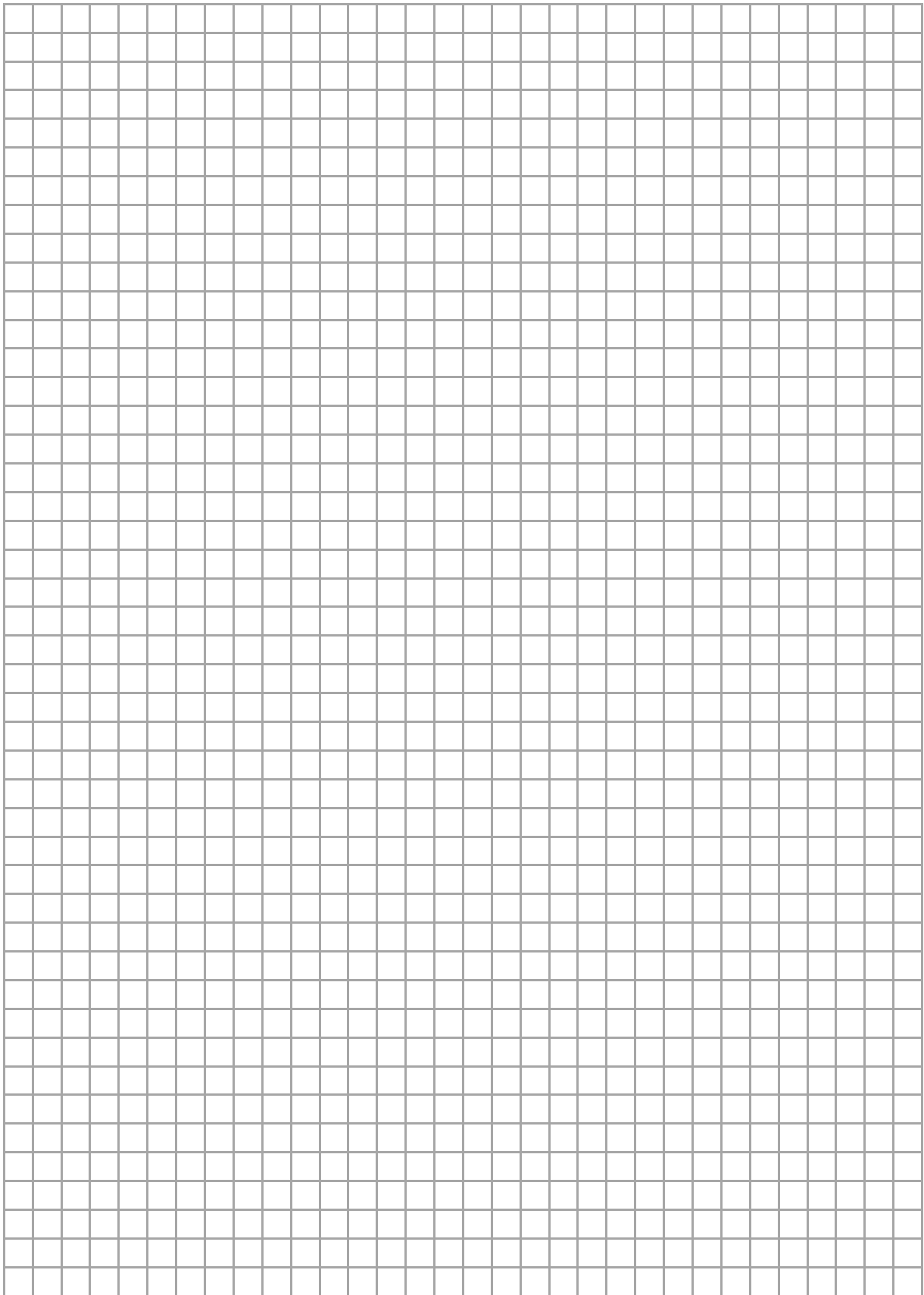




Zadanie 9. (0–4)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$. Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta $ABCD$ są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.

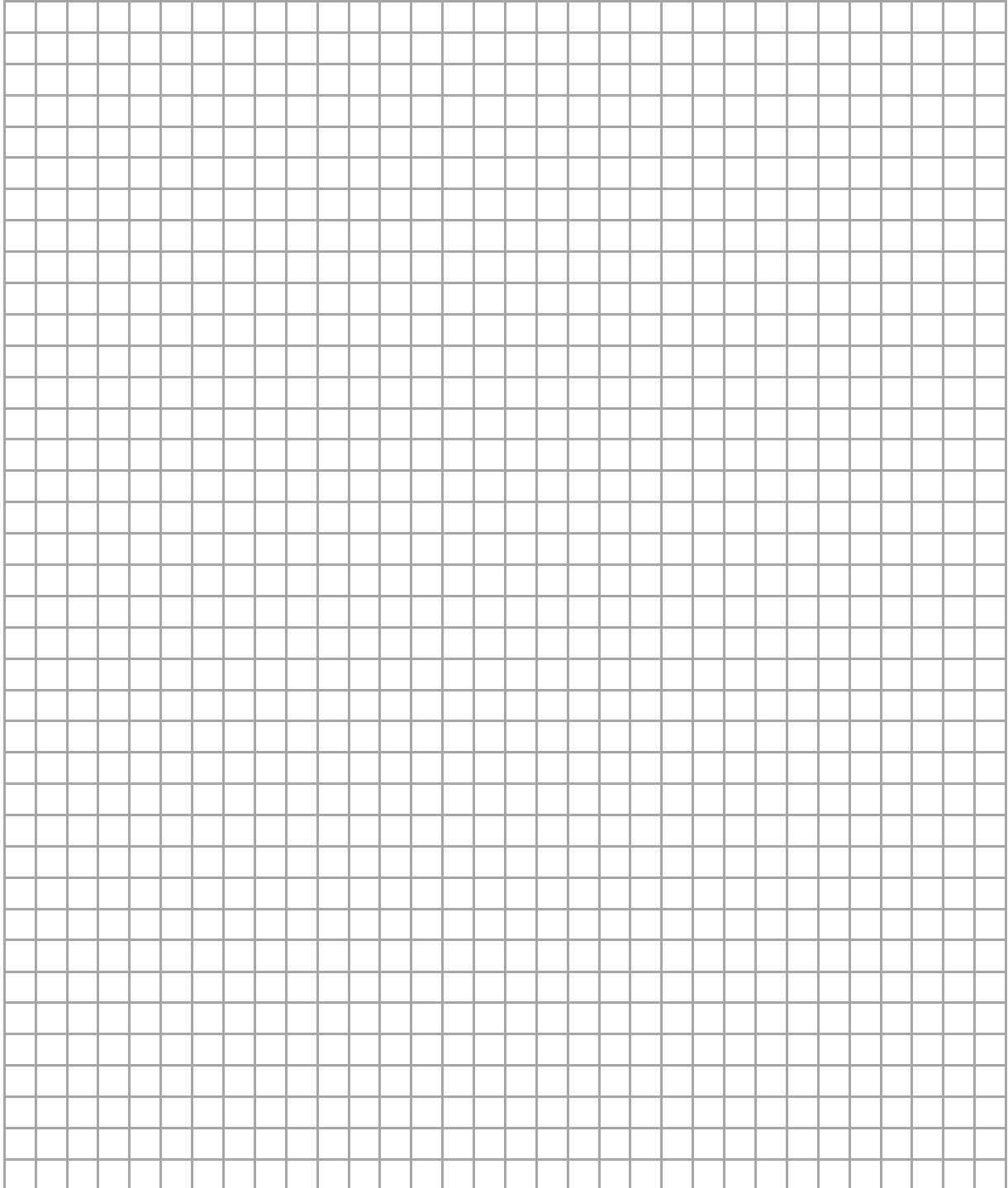


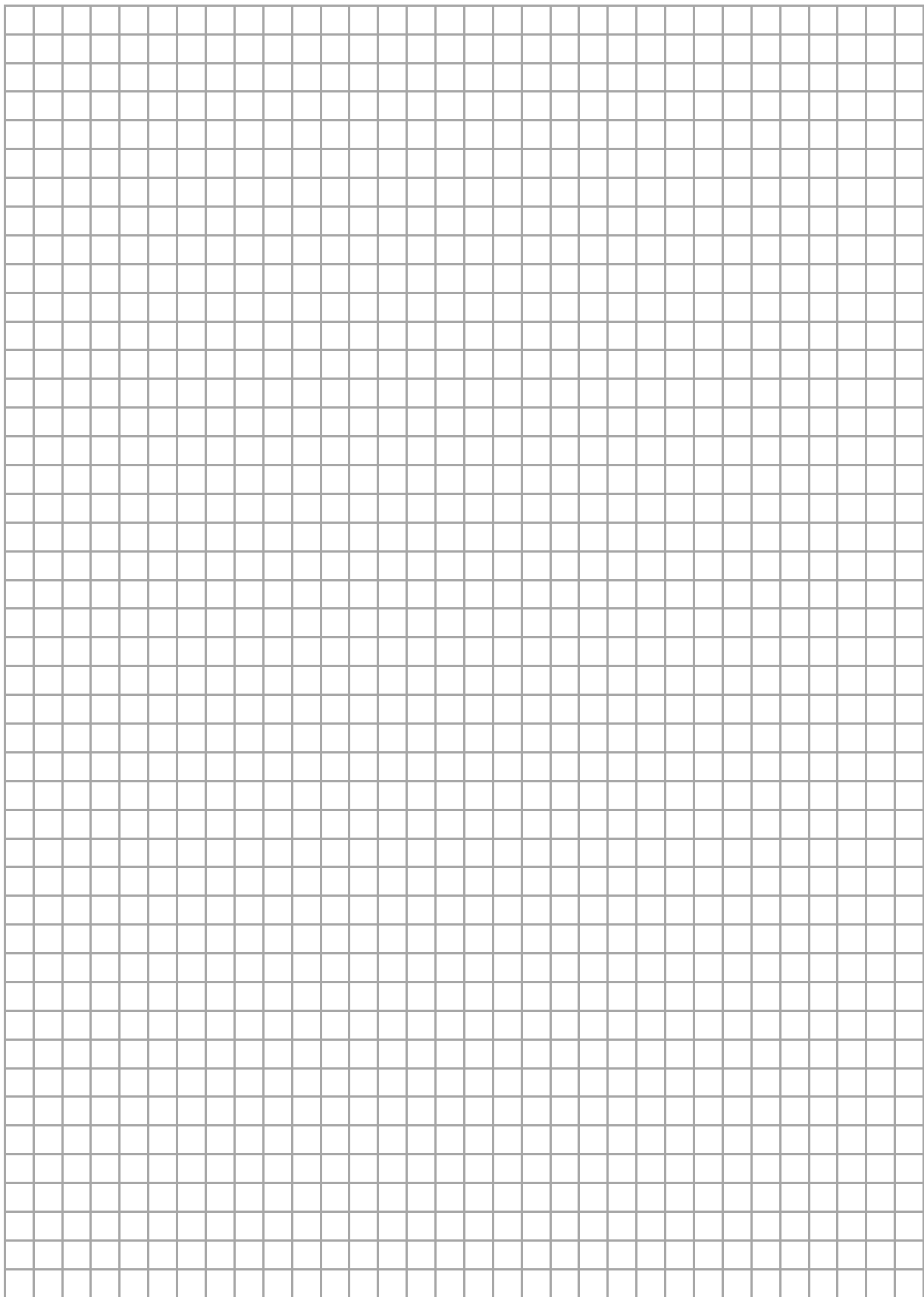


Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–4)

Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$ przez dwumiany $(x - 2)$ i $(x - 3)$ są odpowiednio równe (-8) oraz (-18) . Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 4)$.

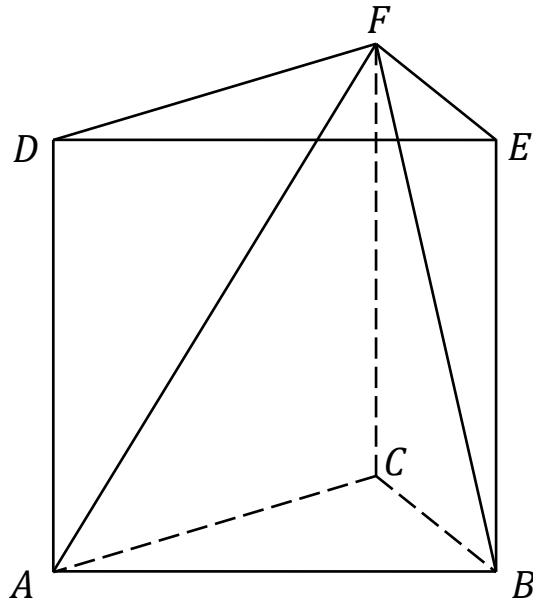




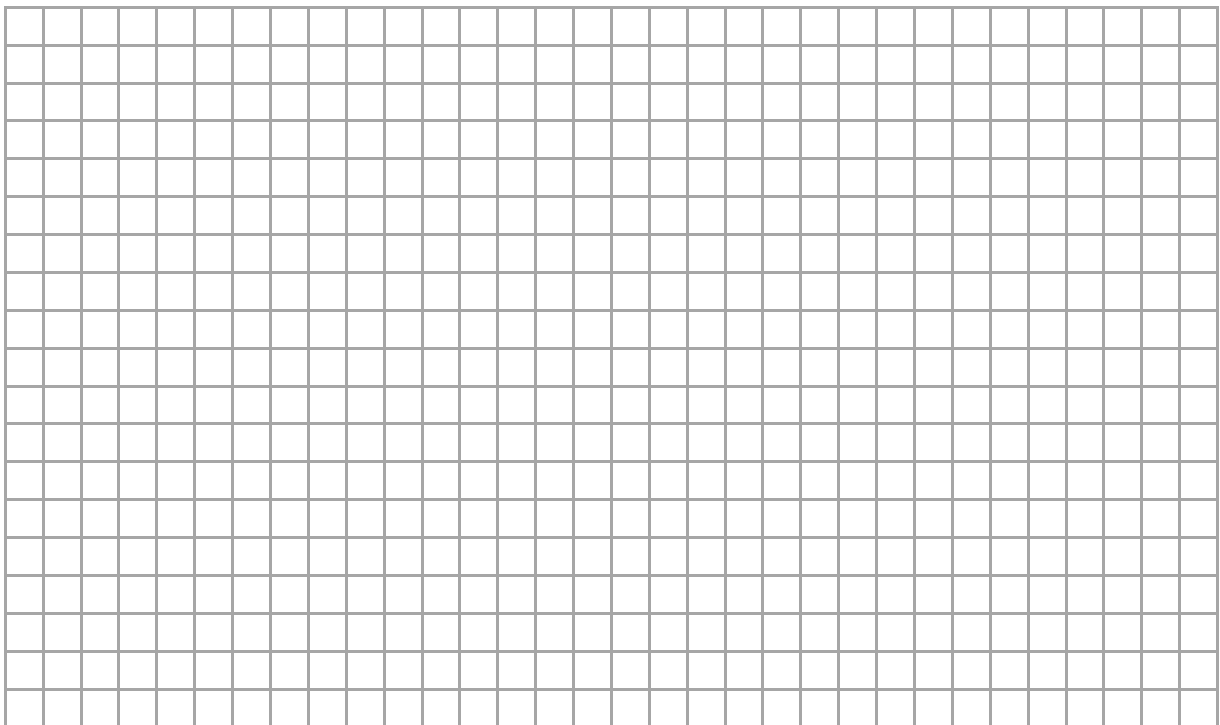
Odpowiedź:

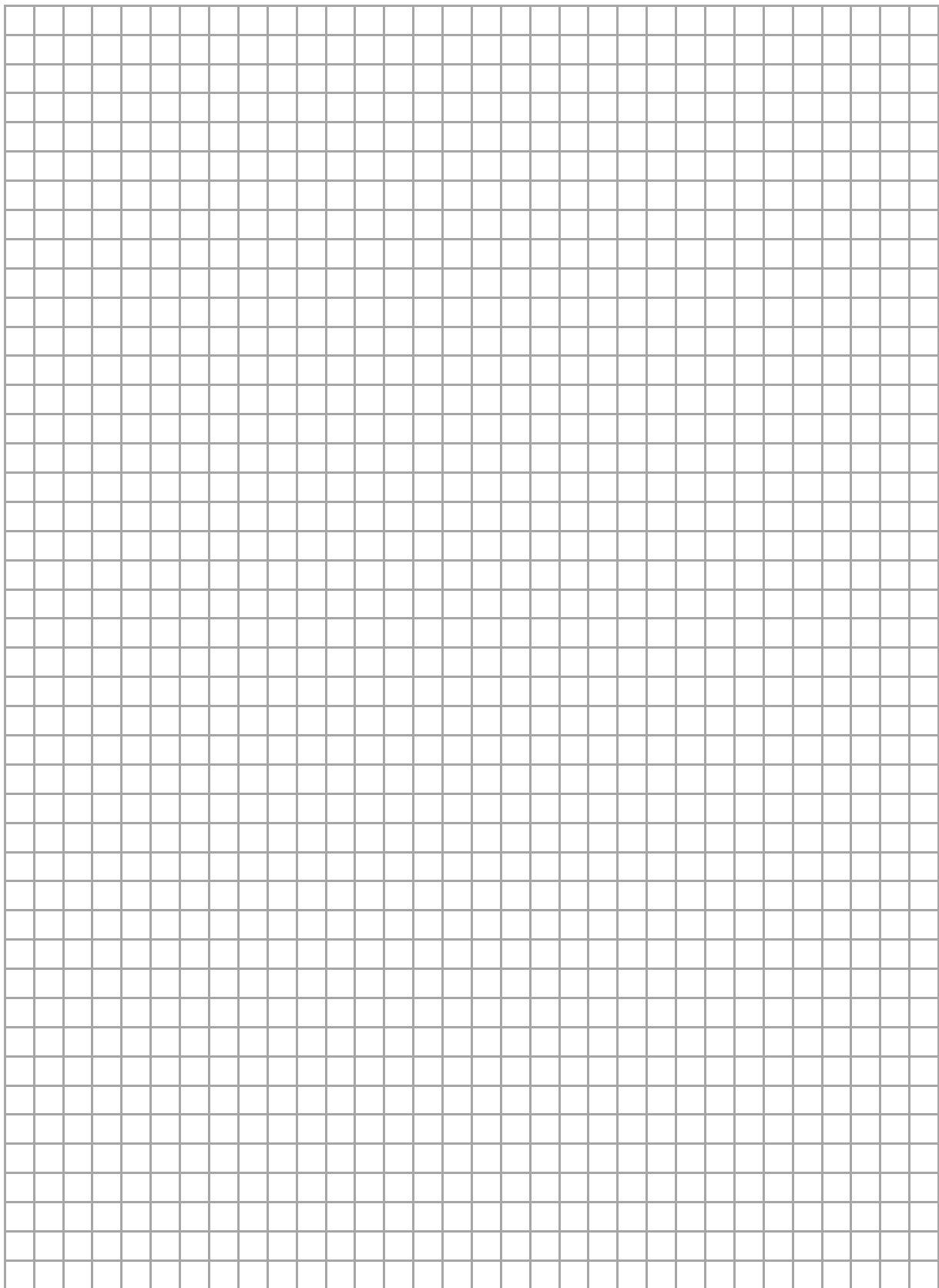
Zadanie 11. (0–4)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).



Oblicz sinus kąta AFB .

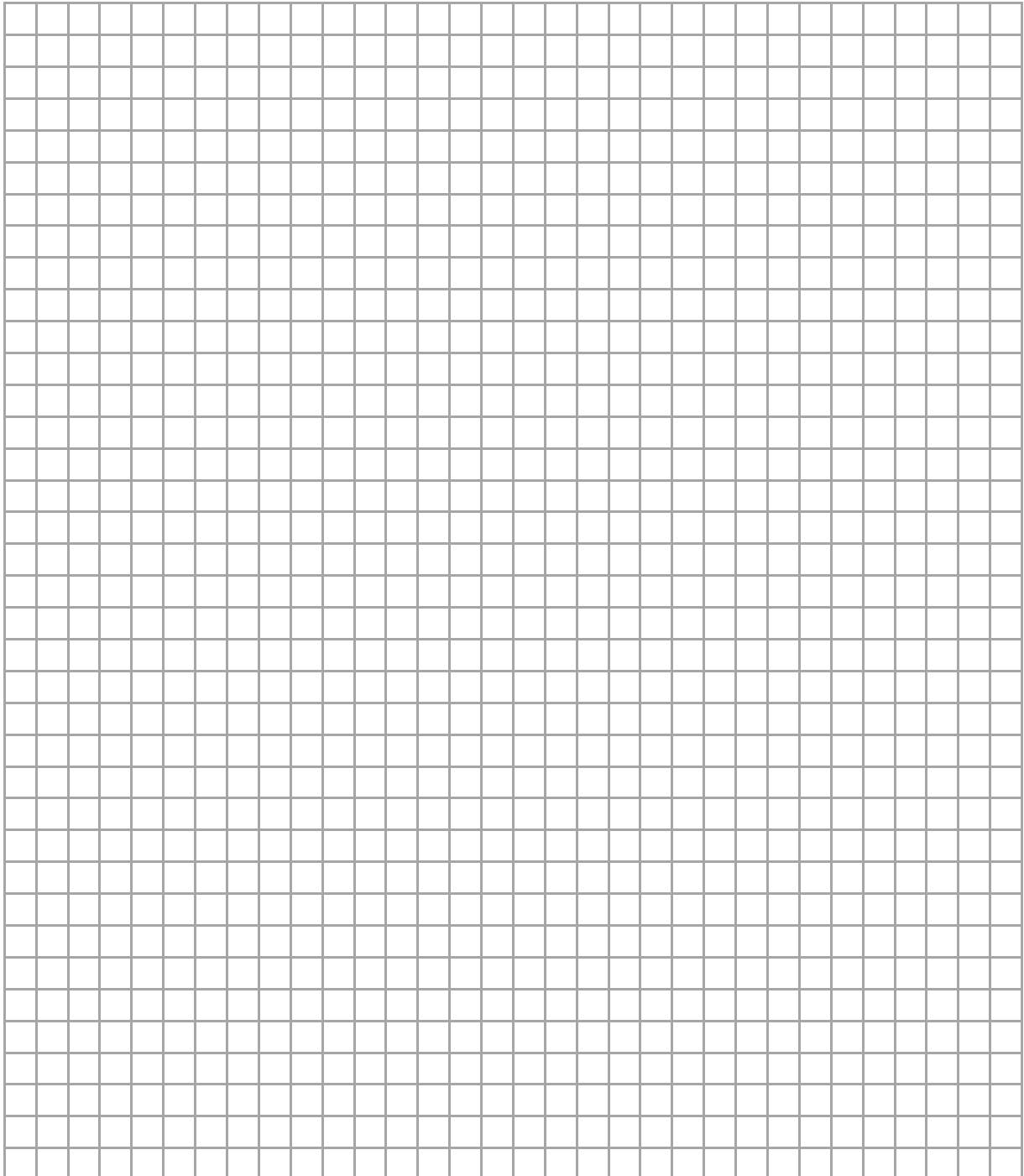


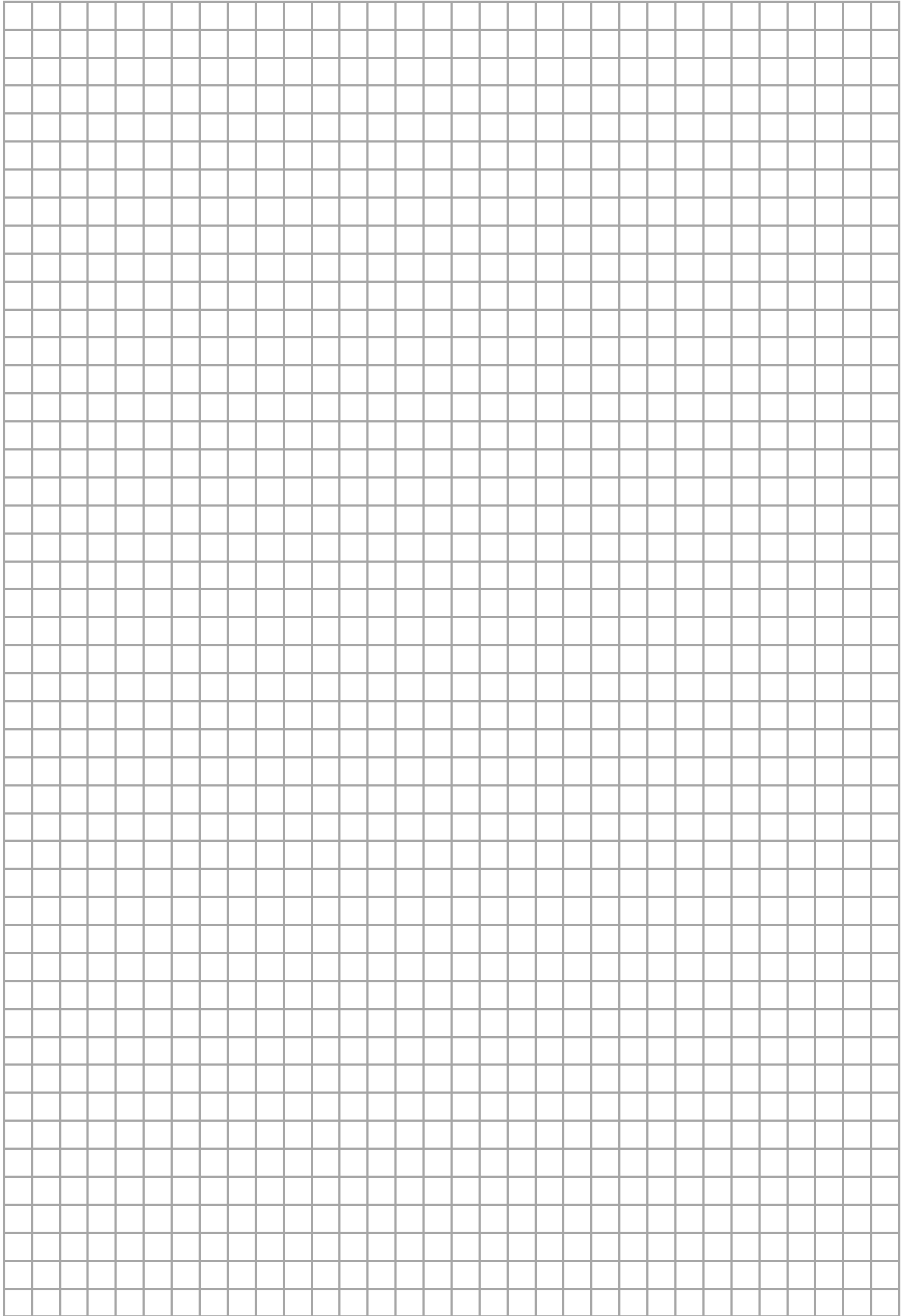


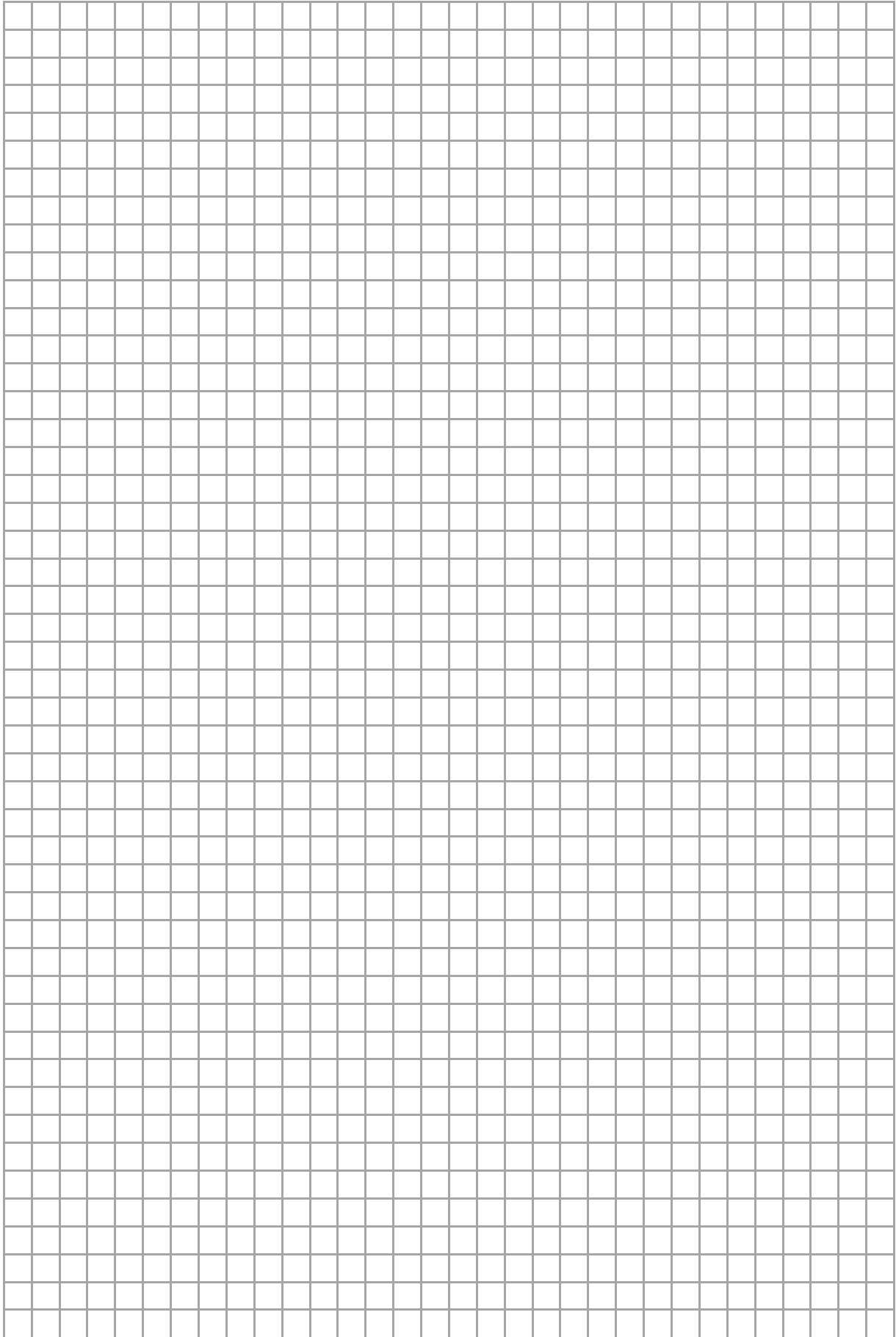
Odpowiedź:

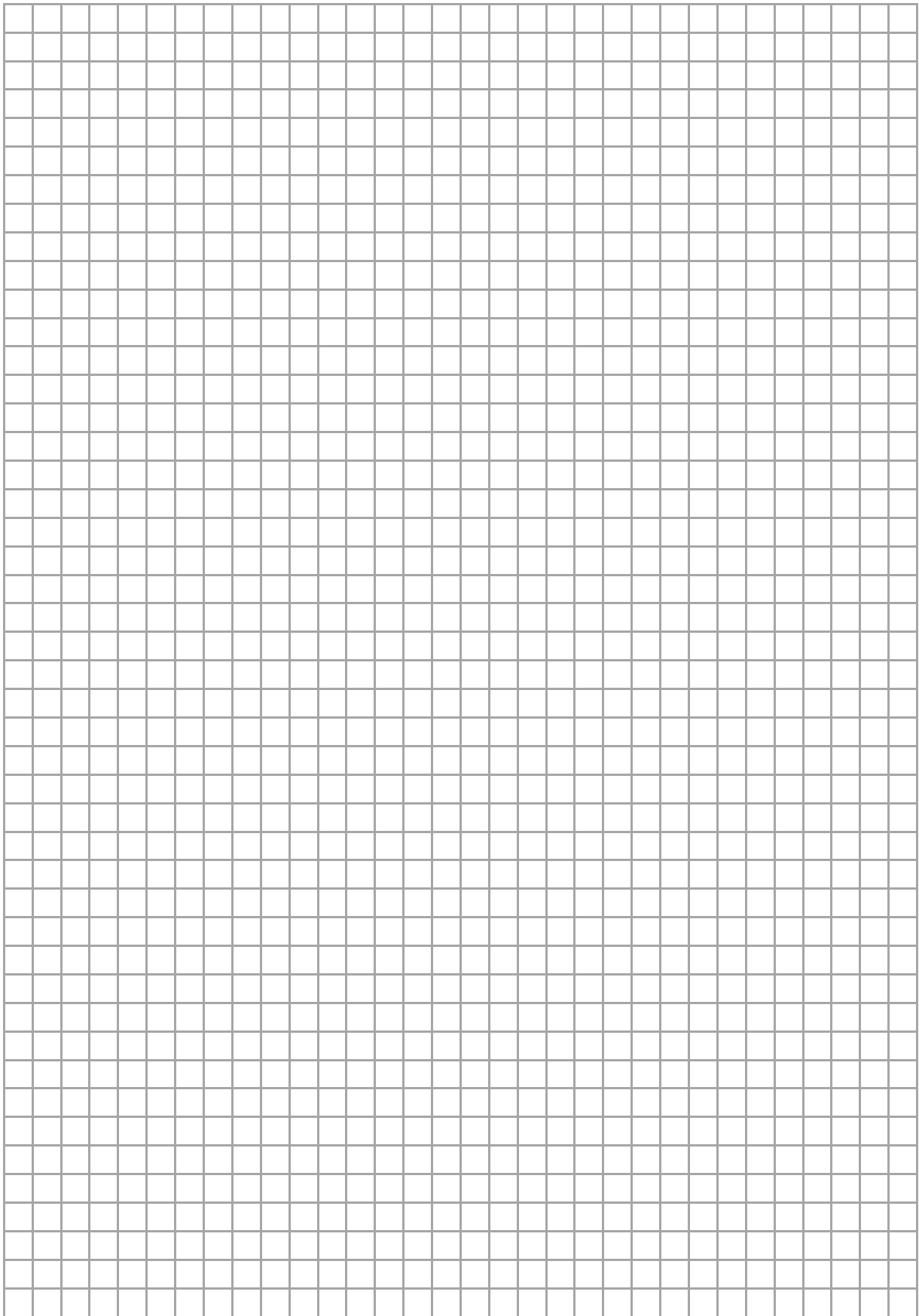
Zadanie 12. (0–5)

Czterowyrazowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 100, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d) .





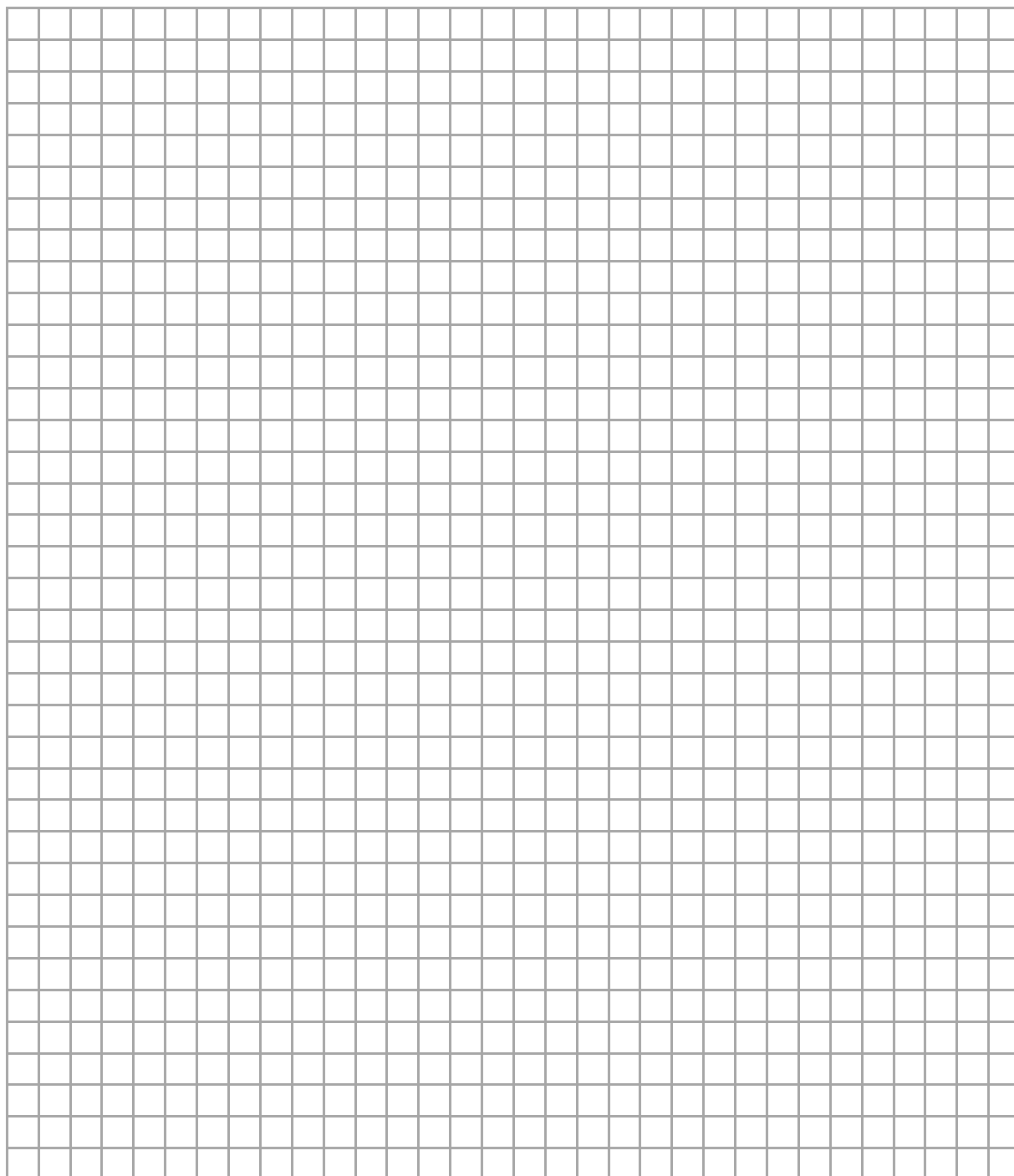


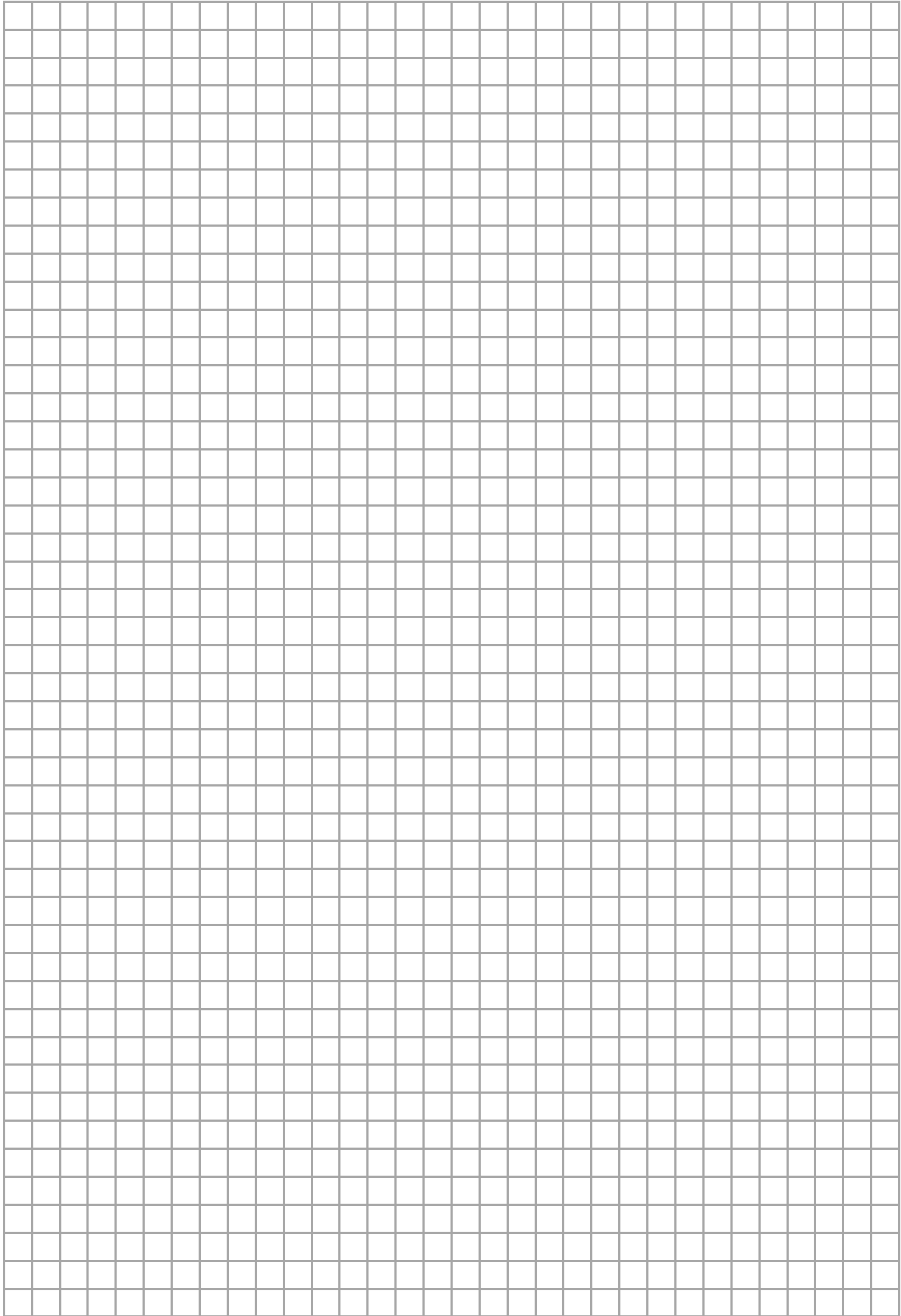


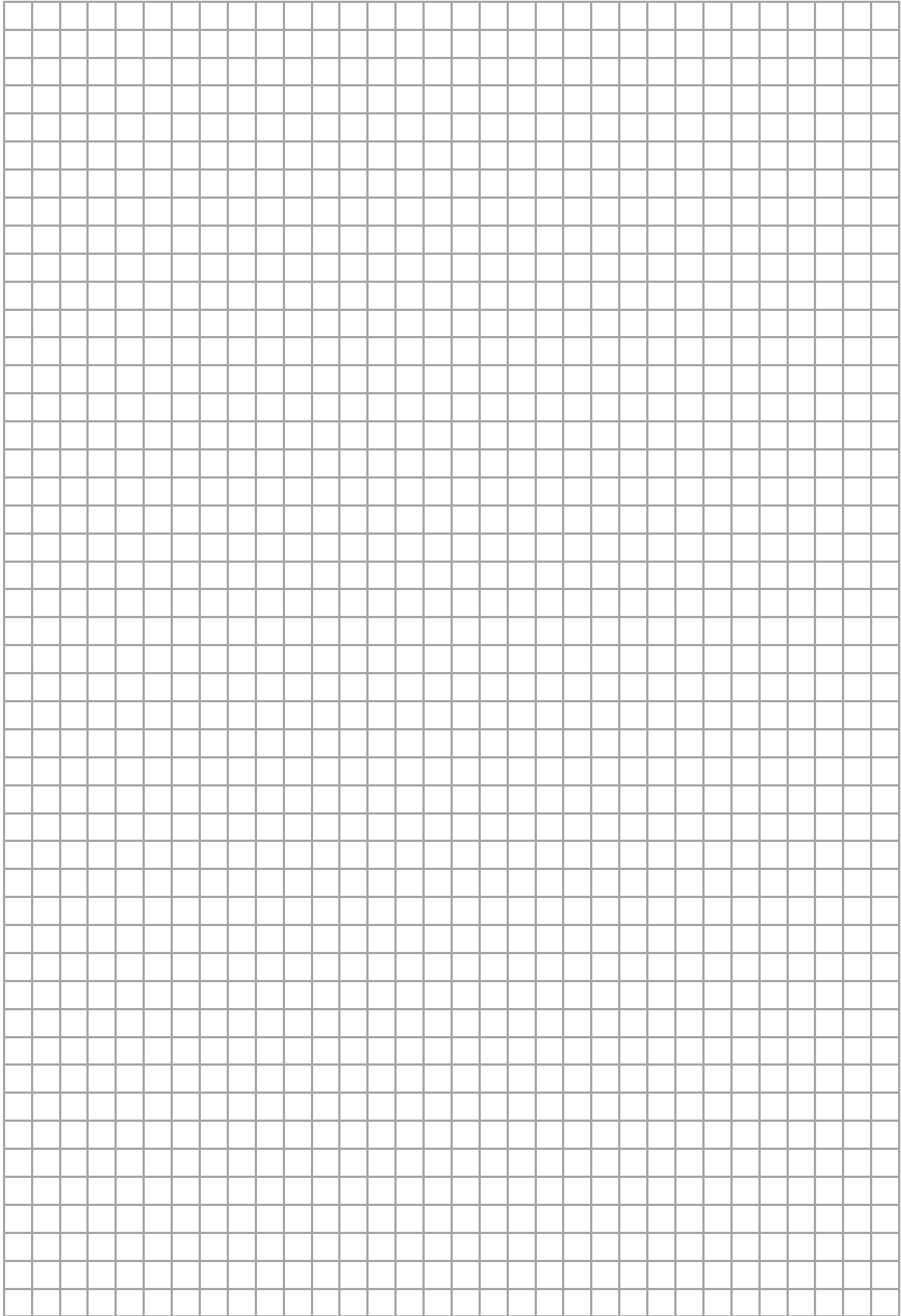
Odpowiedź:

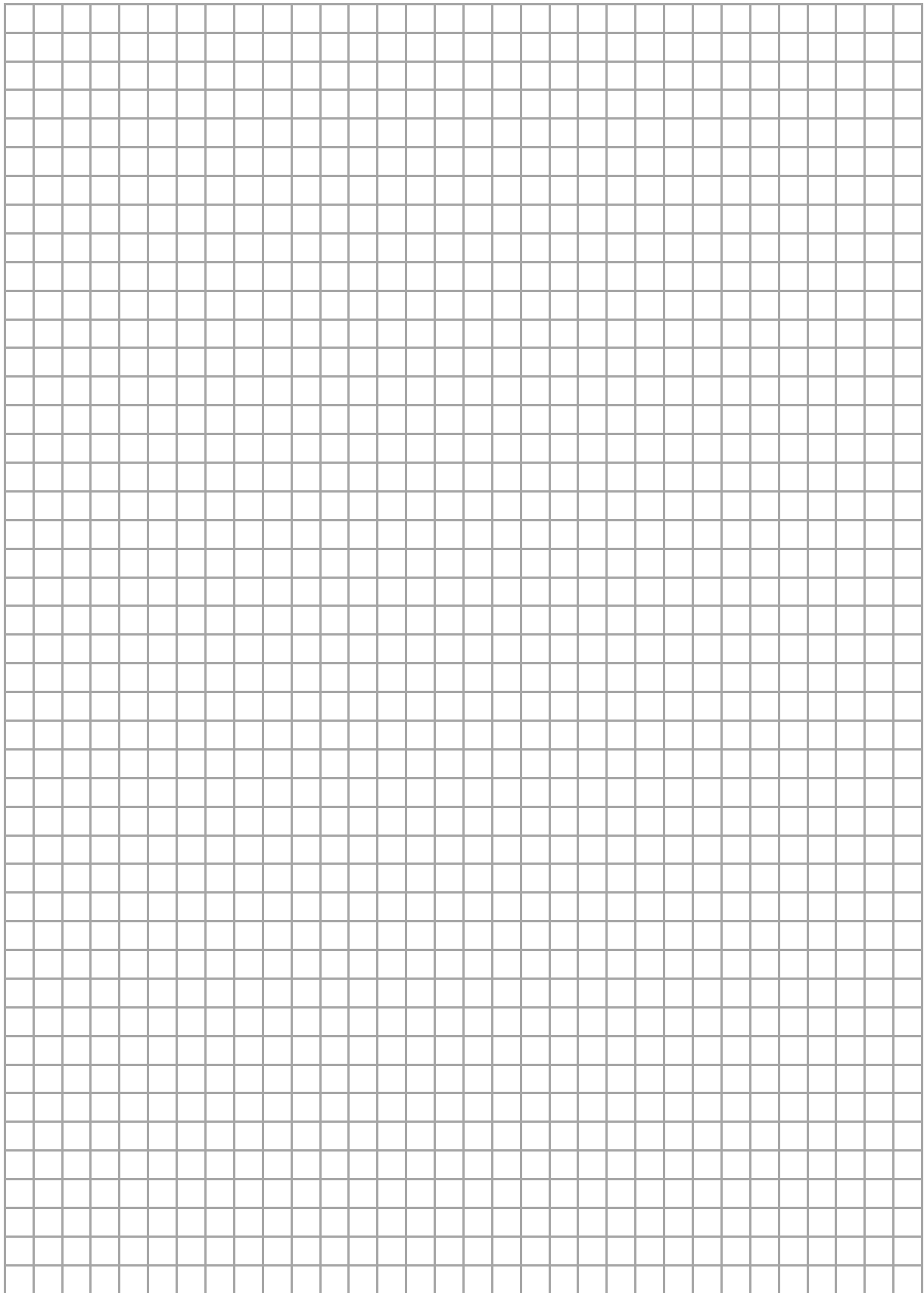
Zadanie 13. (0–5)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = x + b$, $y = x + 2b$, $y = b$, $y = 2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b \neq 2$ i $b \neq 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru b , dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.





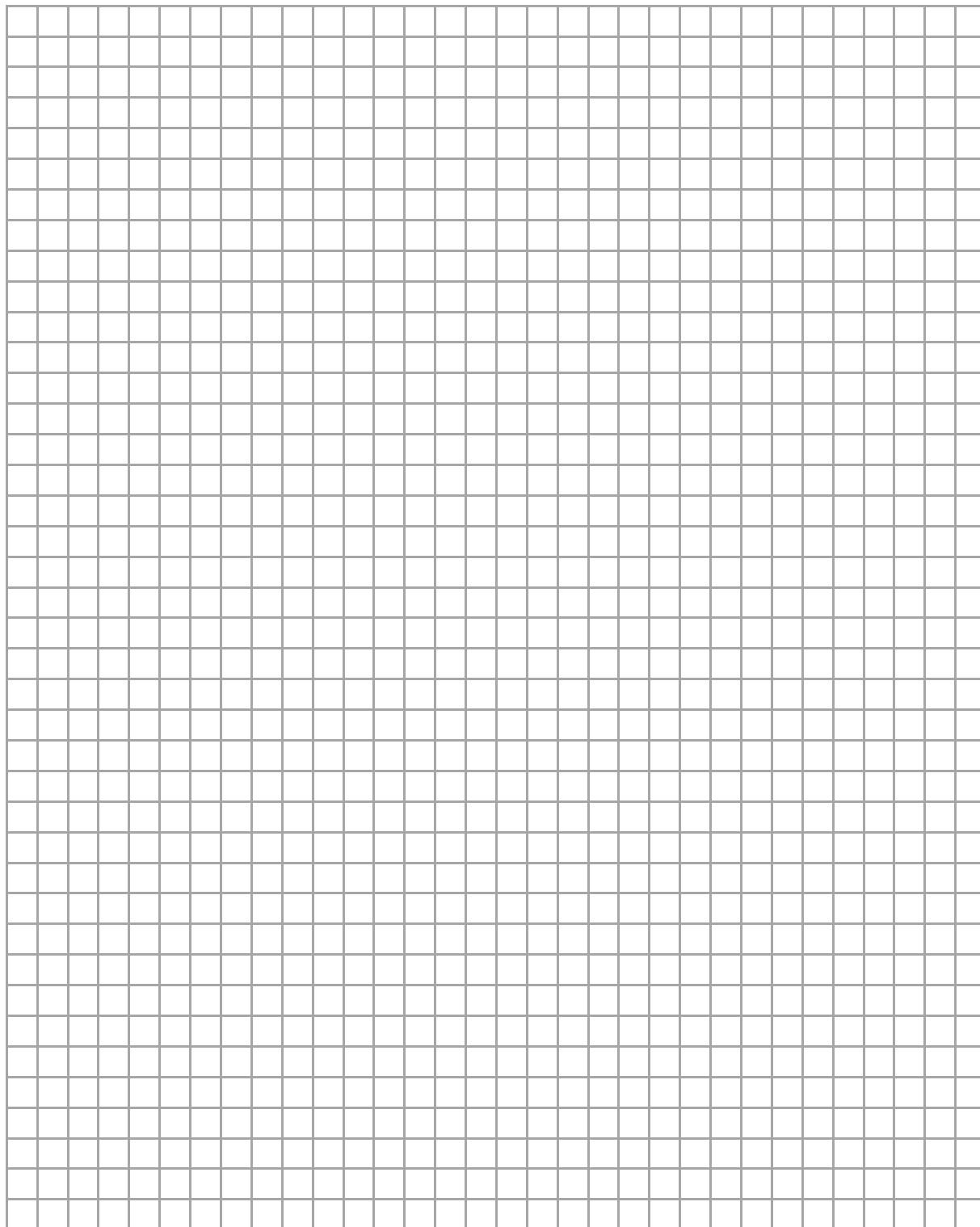


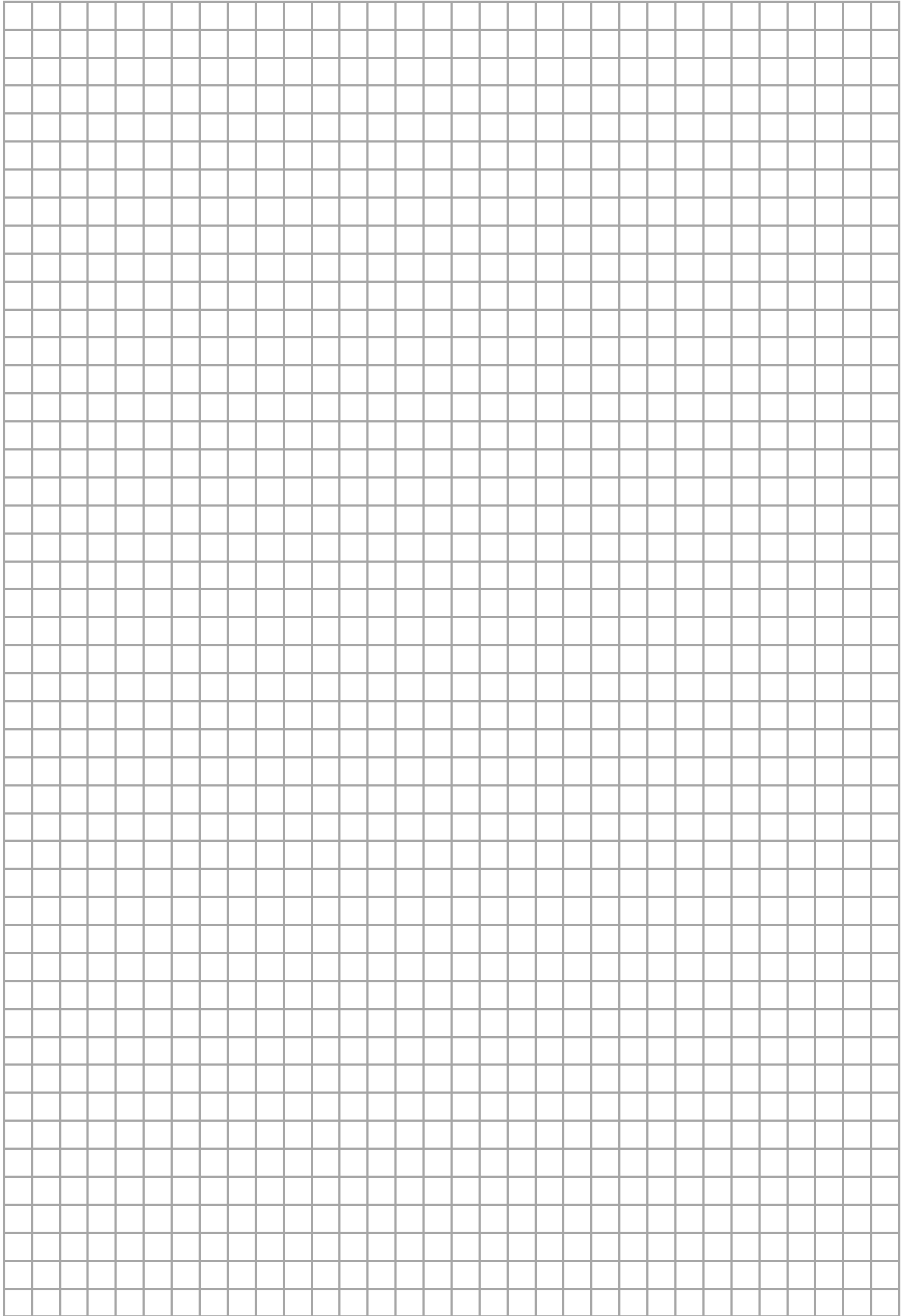


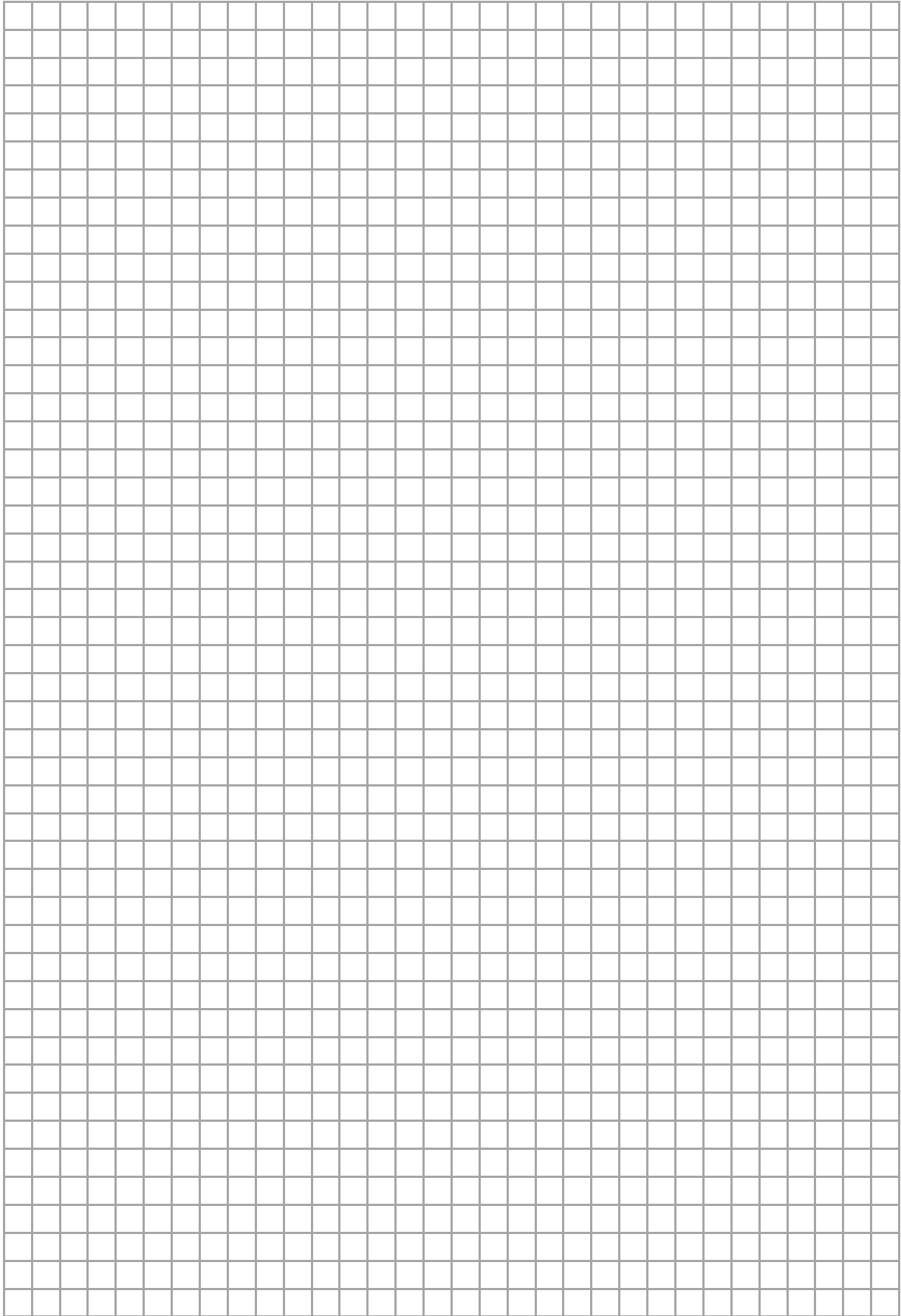
Odpowiedź:

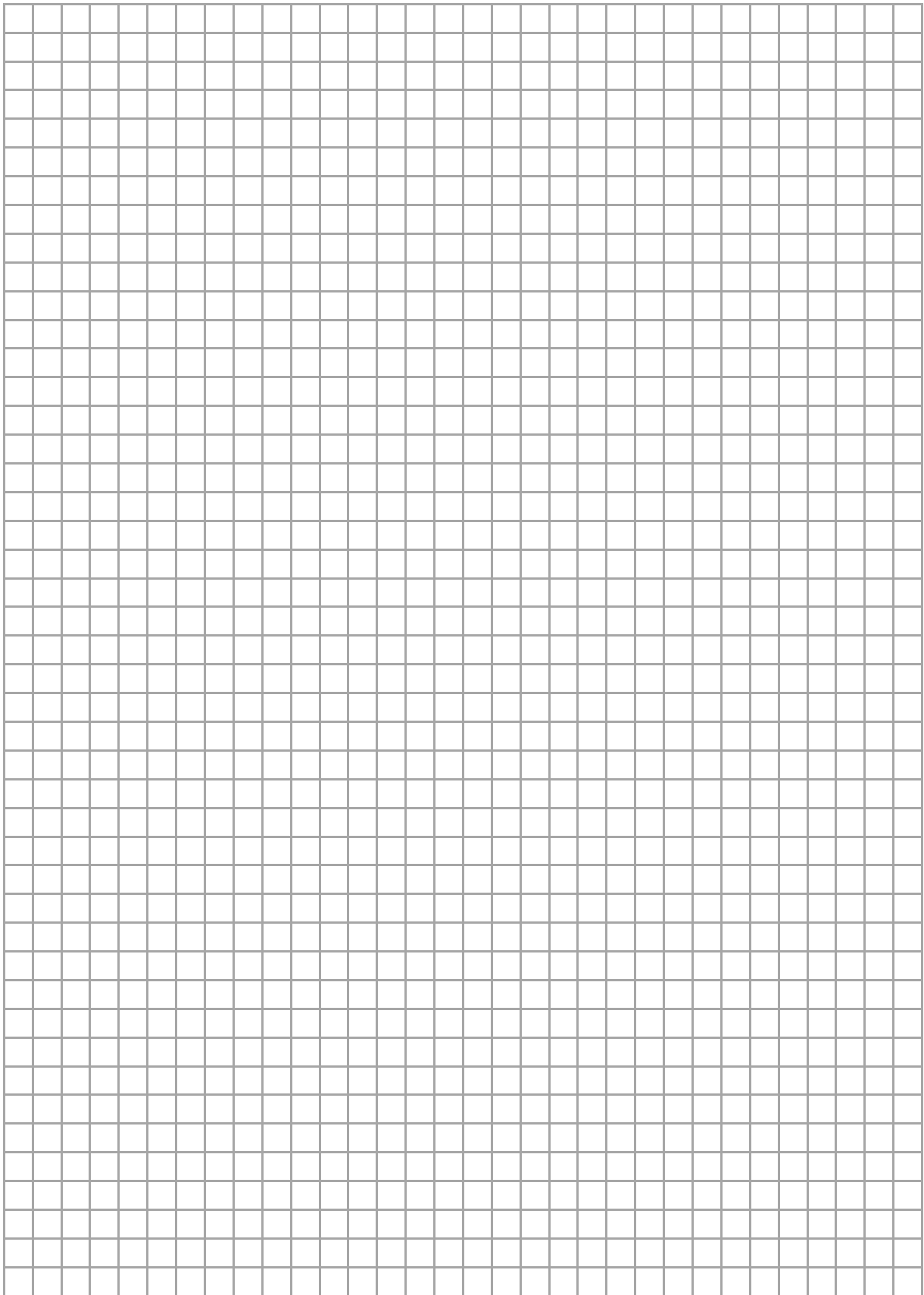
Zadanie 14. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których równanie $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.





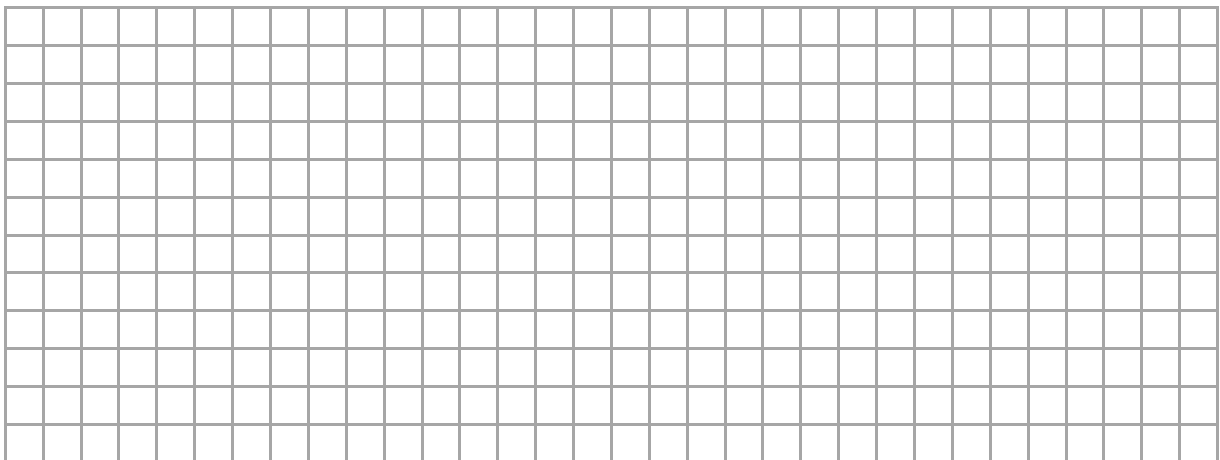
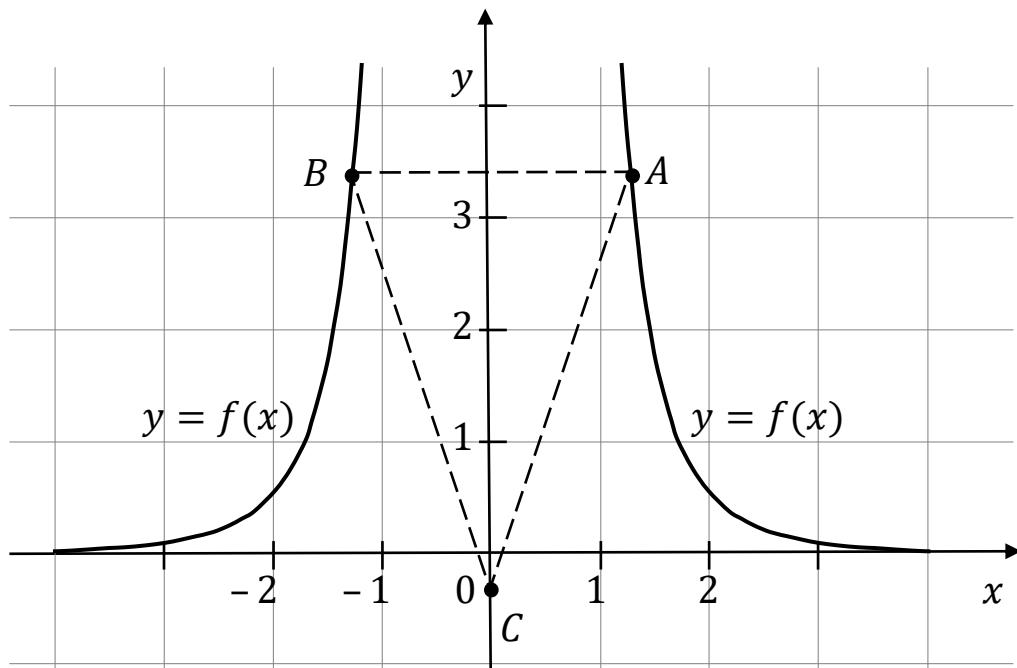


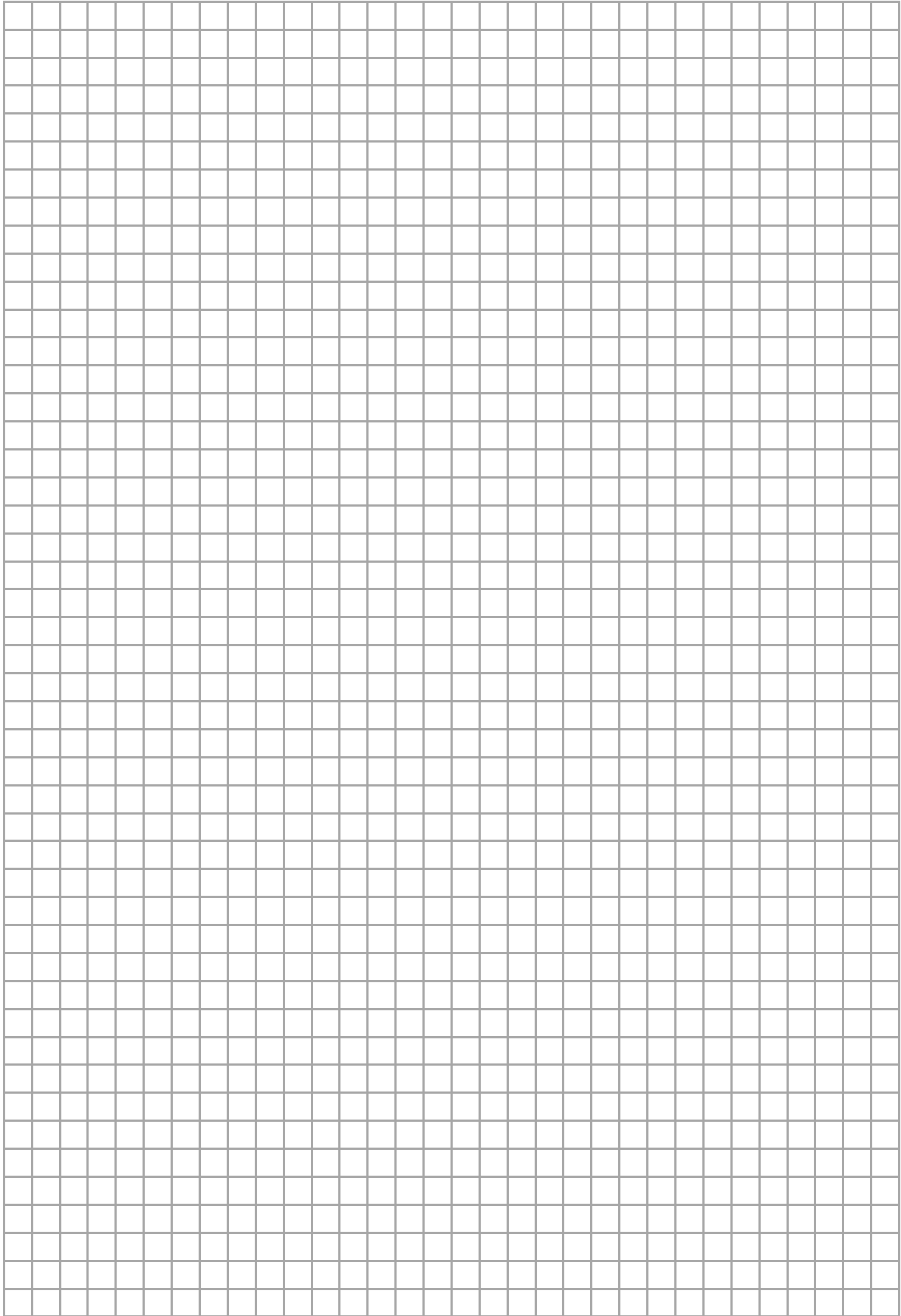


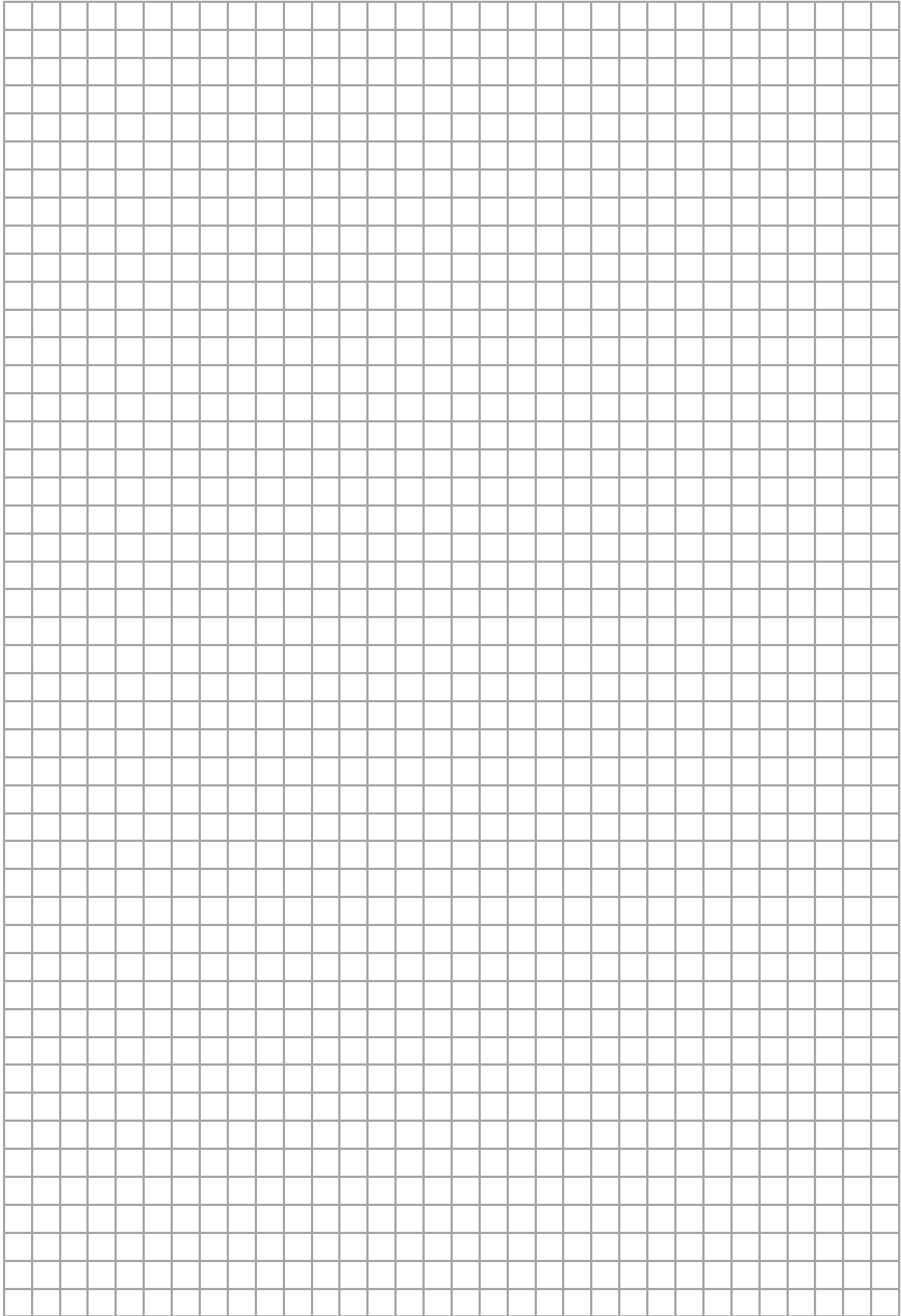
Odpowiedź:

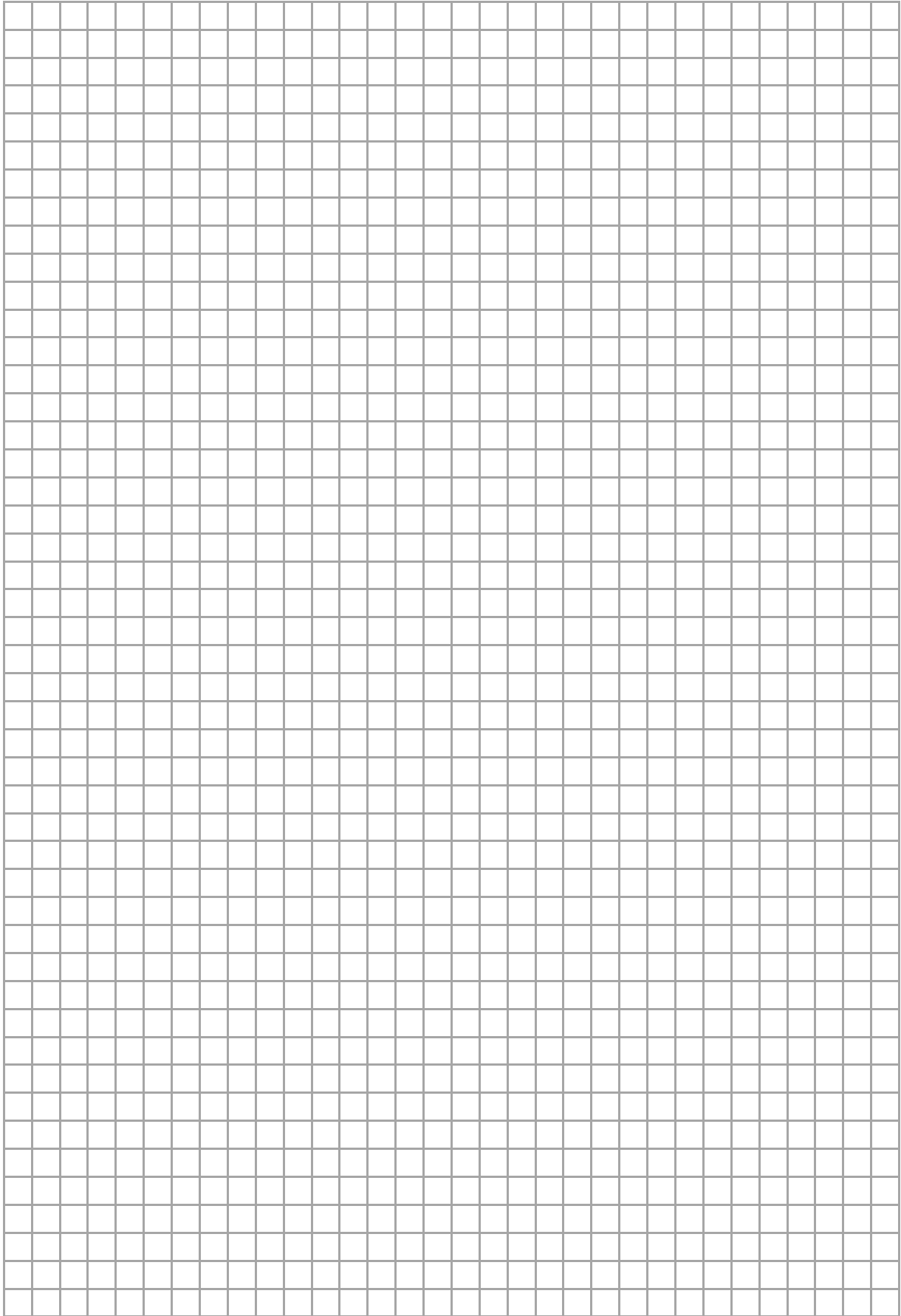
Zadanie 15. (0–6)

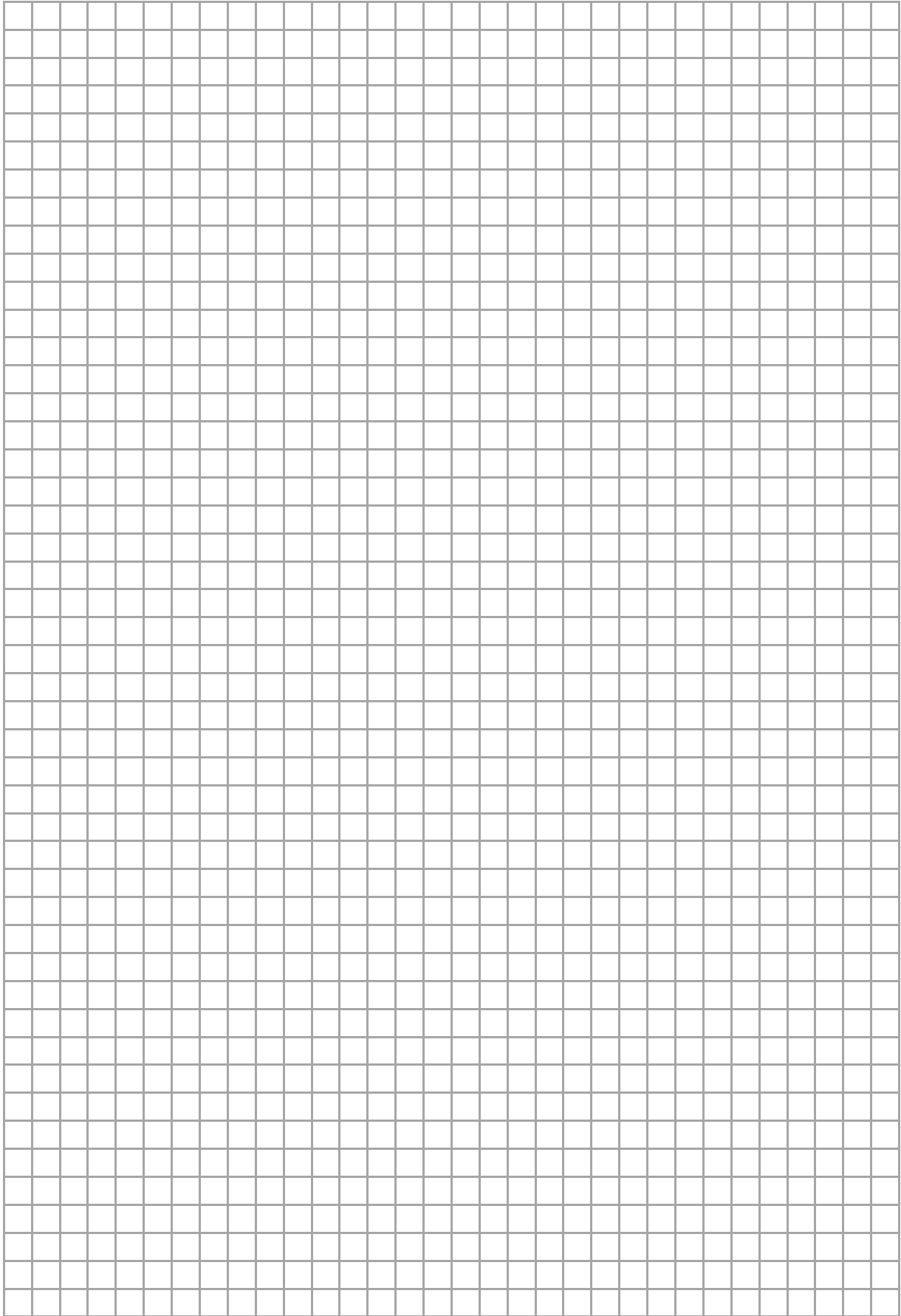
Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC , których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $(0, -\frac{1}{3})$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków A i B , dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

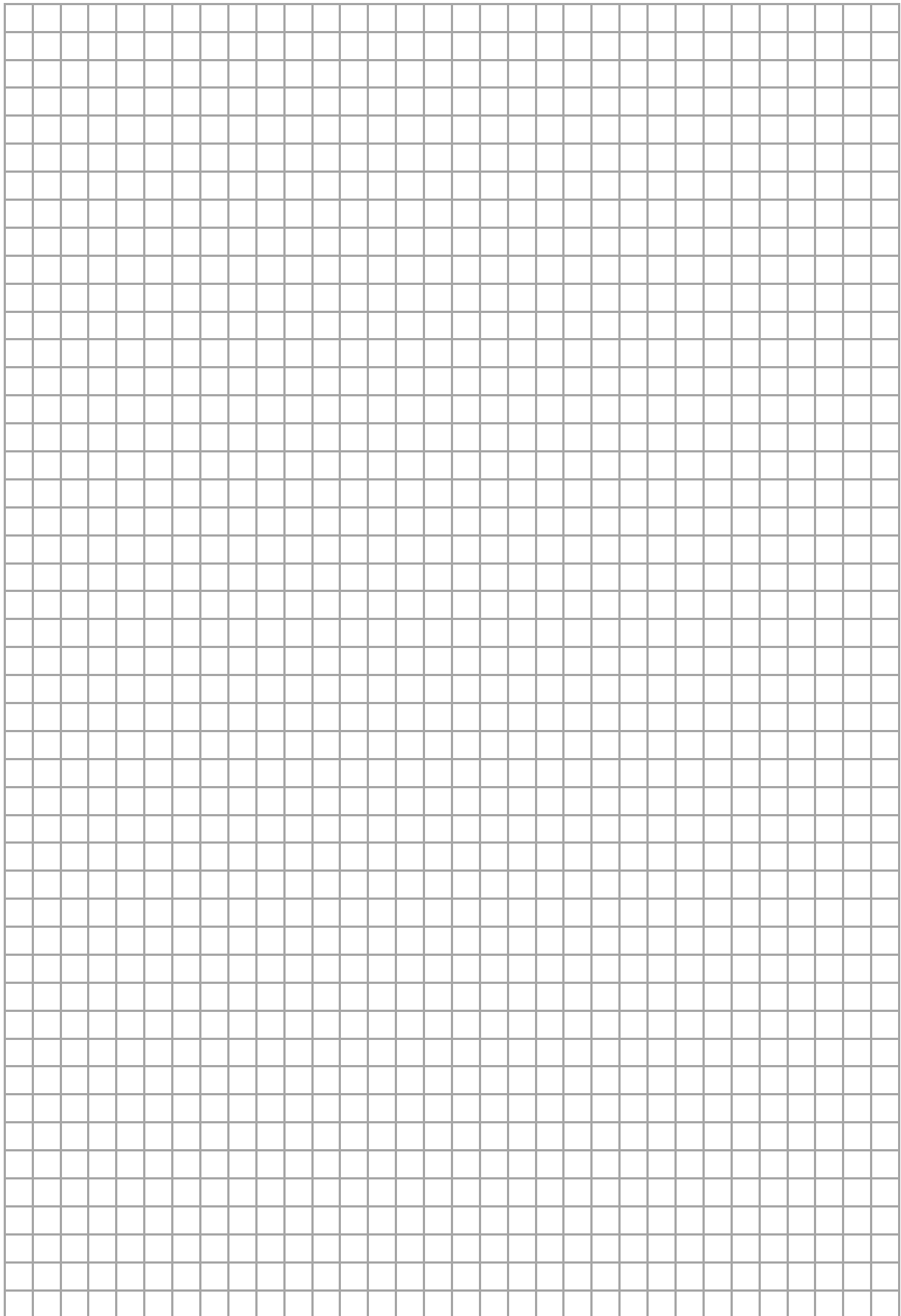


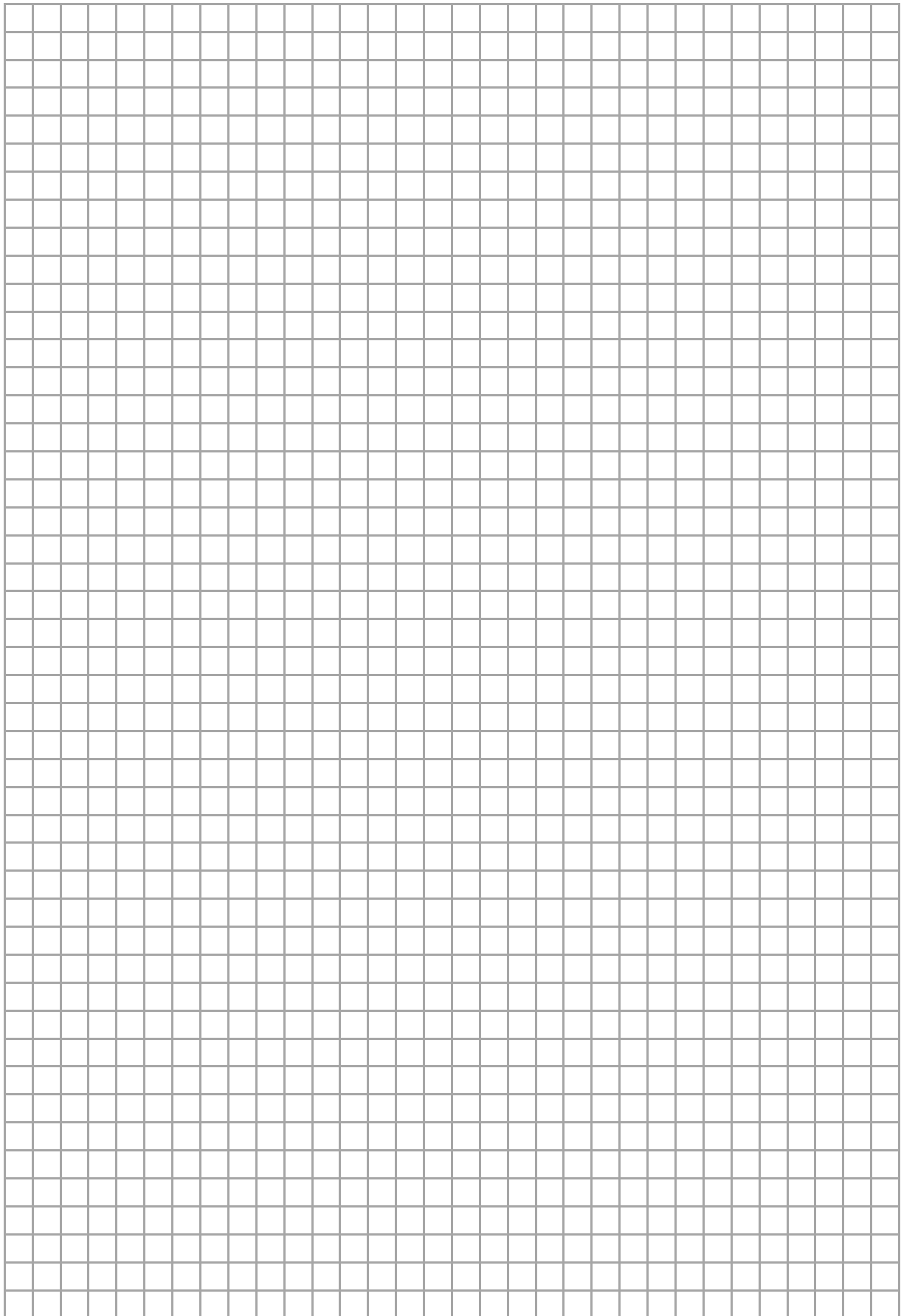


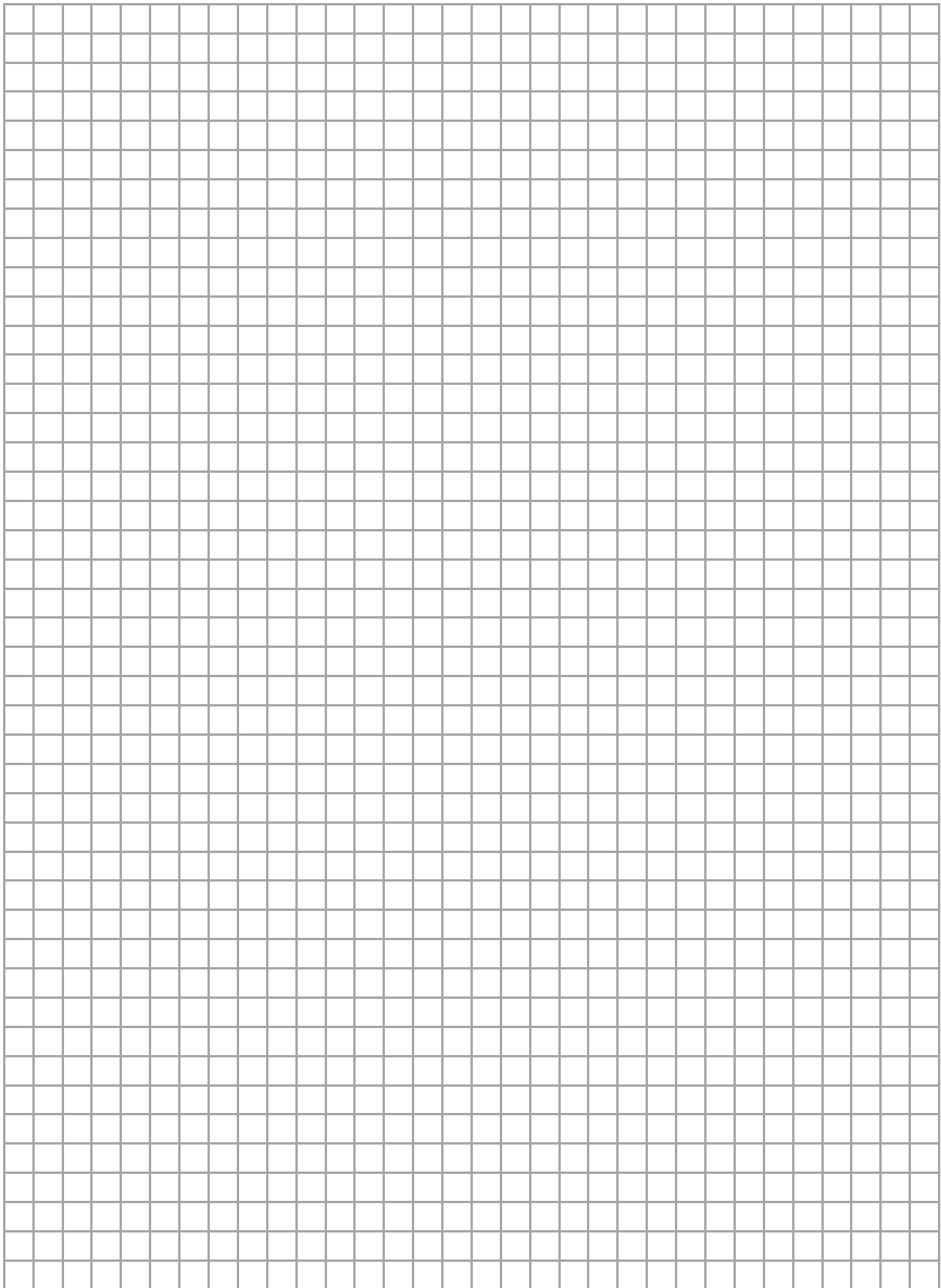












Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

