

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

PESEL

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę



dostosowania
zasad oceniania

dostosowania w zw.
z dyskalkulią.



EMAP-R0-**100**-2103

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–15).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

A. $\frac{1}{\log_3 4}$

B. $\log_3 4$

C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$

D. $\log_3 \sqrt{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

A. $\frac{2}{18}$

B. $\frac{15}{23}$

C. $\frac{8}{23}$

D. $\frac{5}{18}$

Zadanie 3. (0–1)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$ w punkcie

A. $(-1, 6)$

B. $(0, 5)$

C. $(1, 5)$

D. $(2, 3)$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x - y$ jest równa

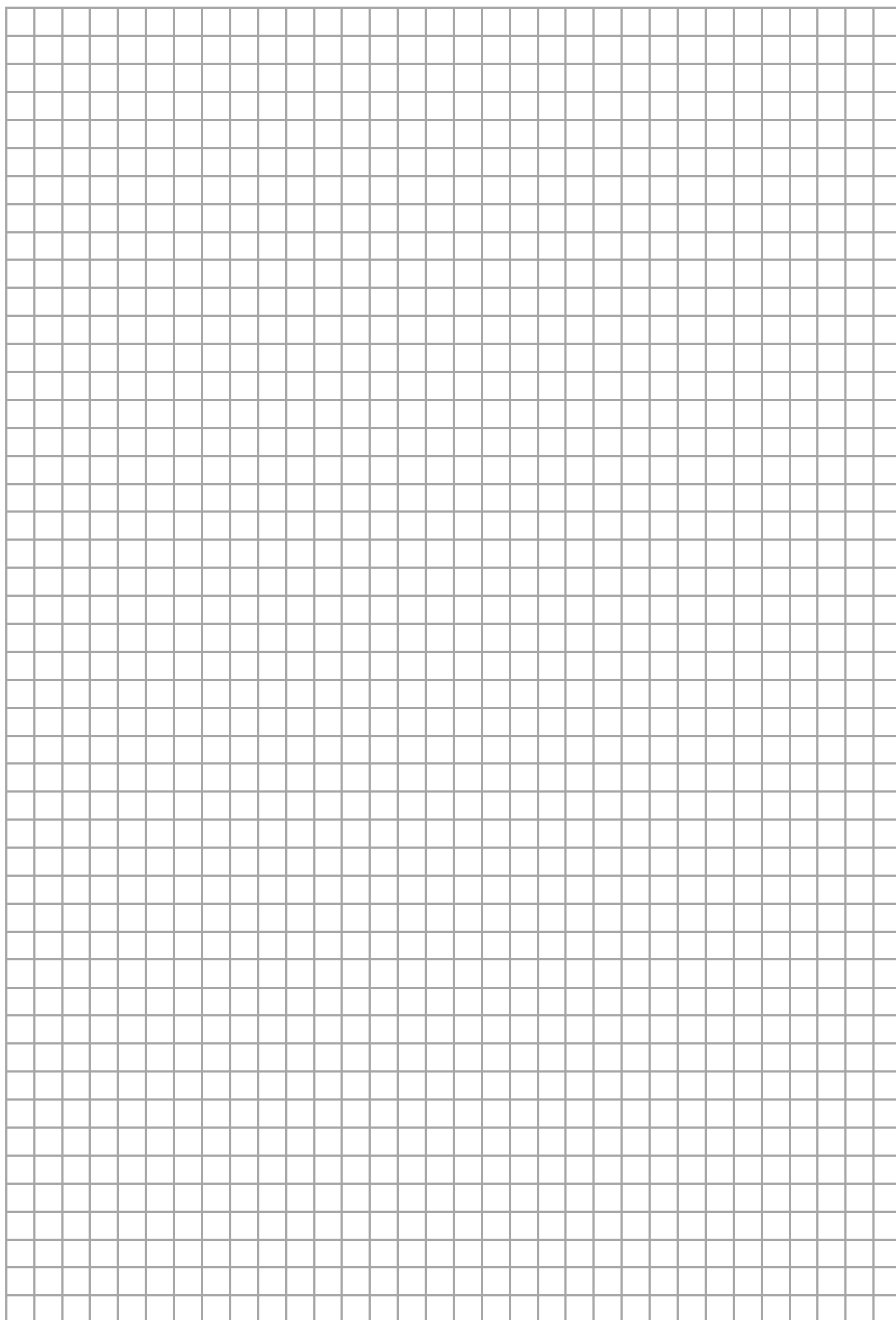
A. 0

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

D. 3

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

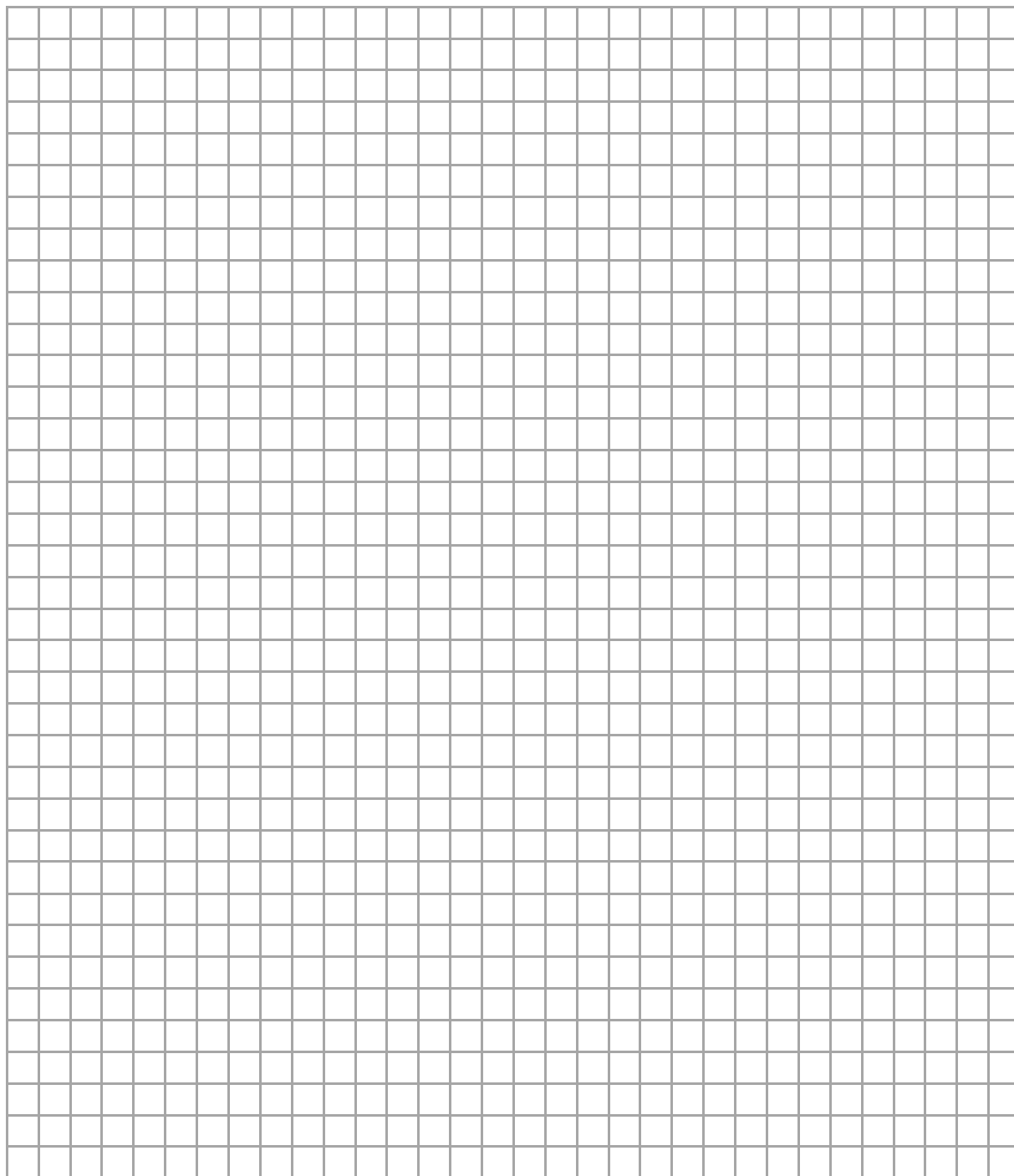


Zadanie 5. (0–2)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

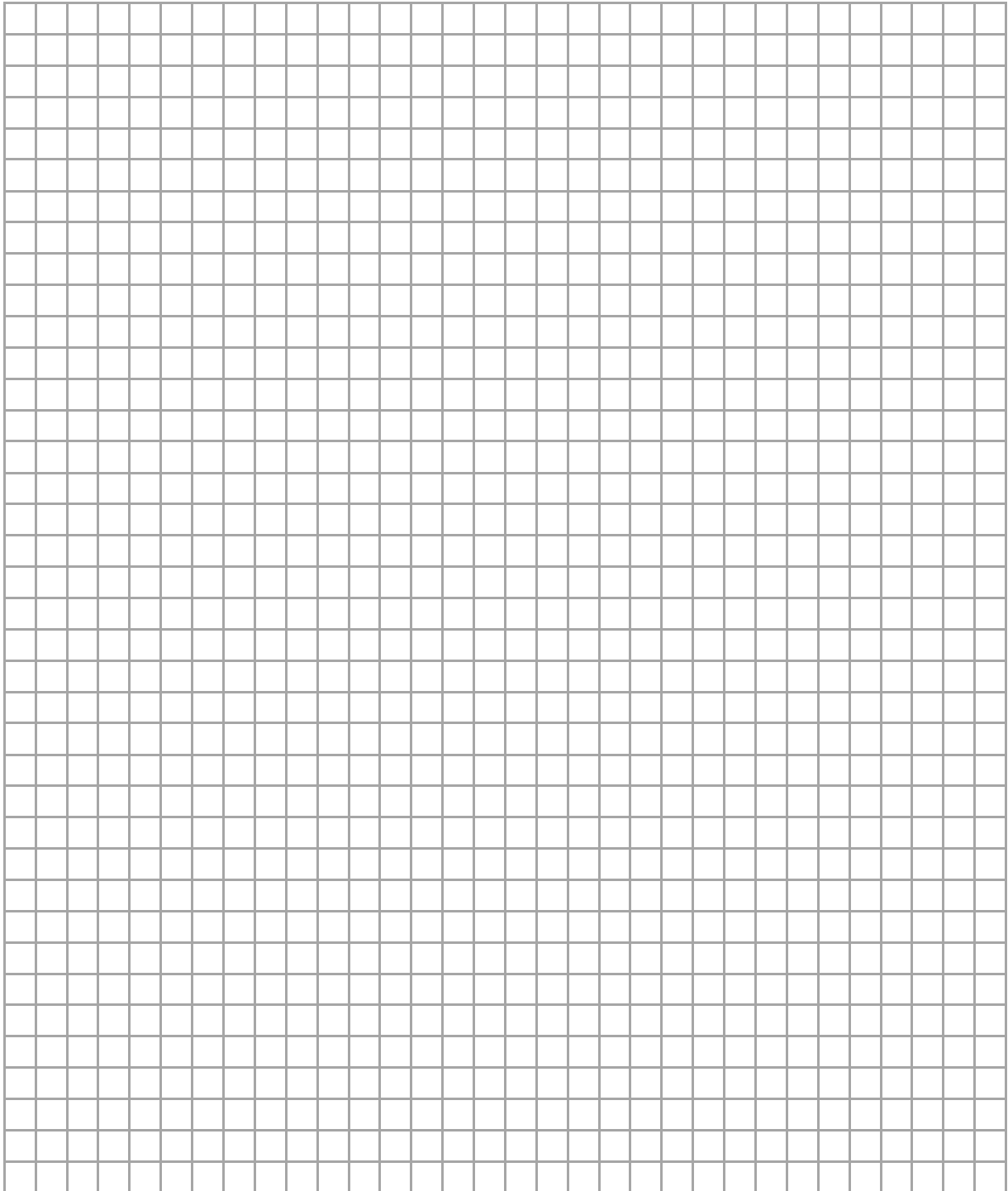
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|



Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$.

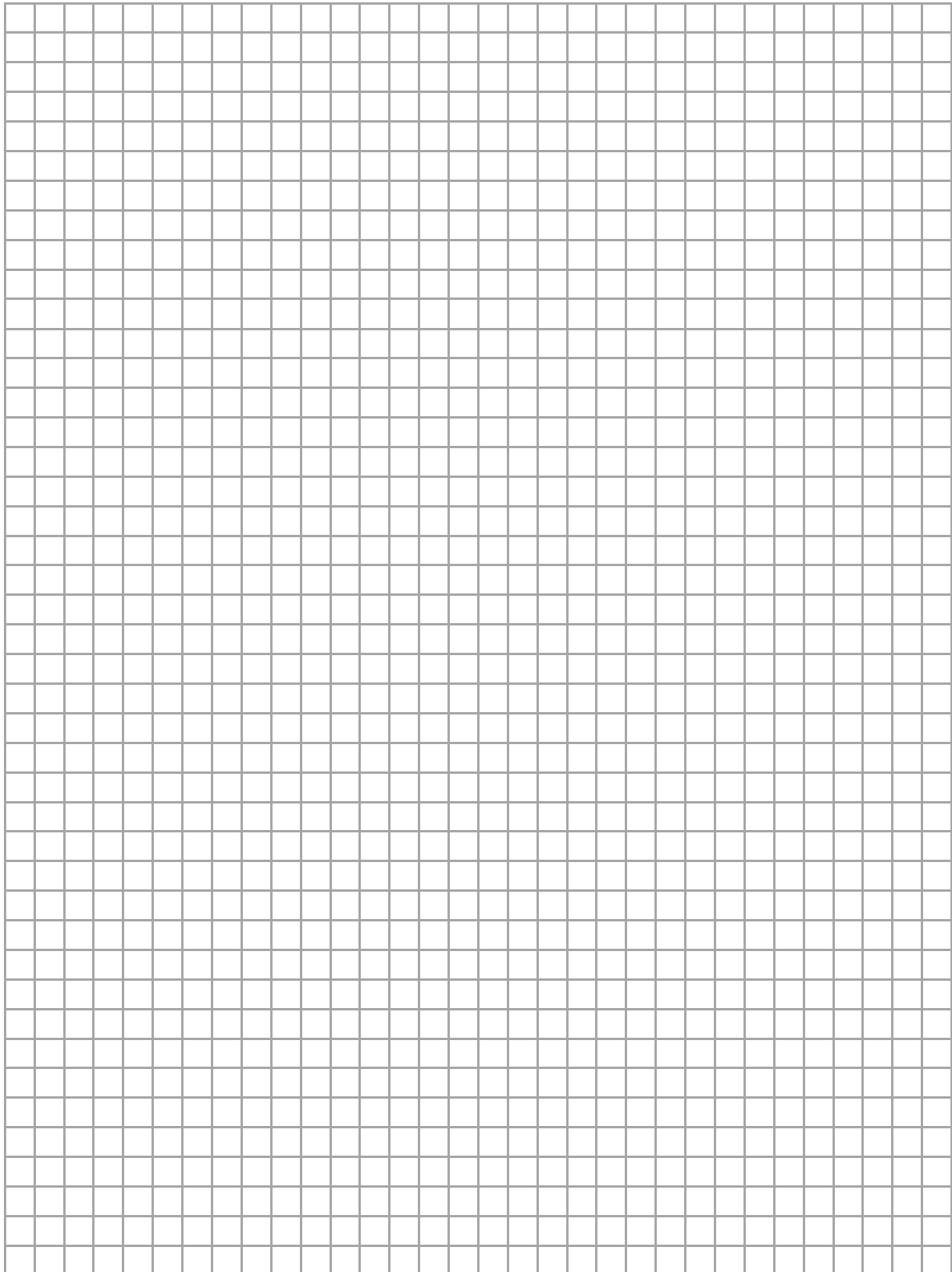


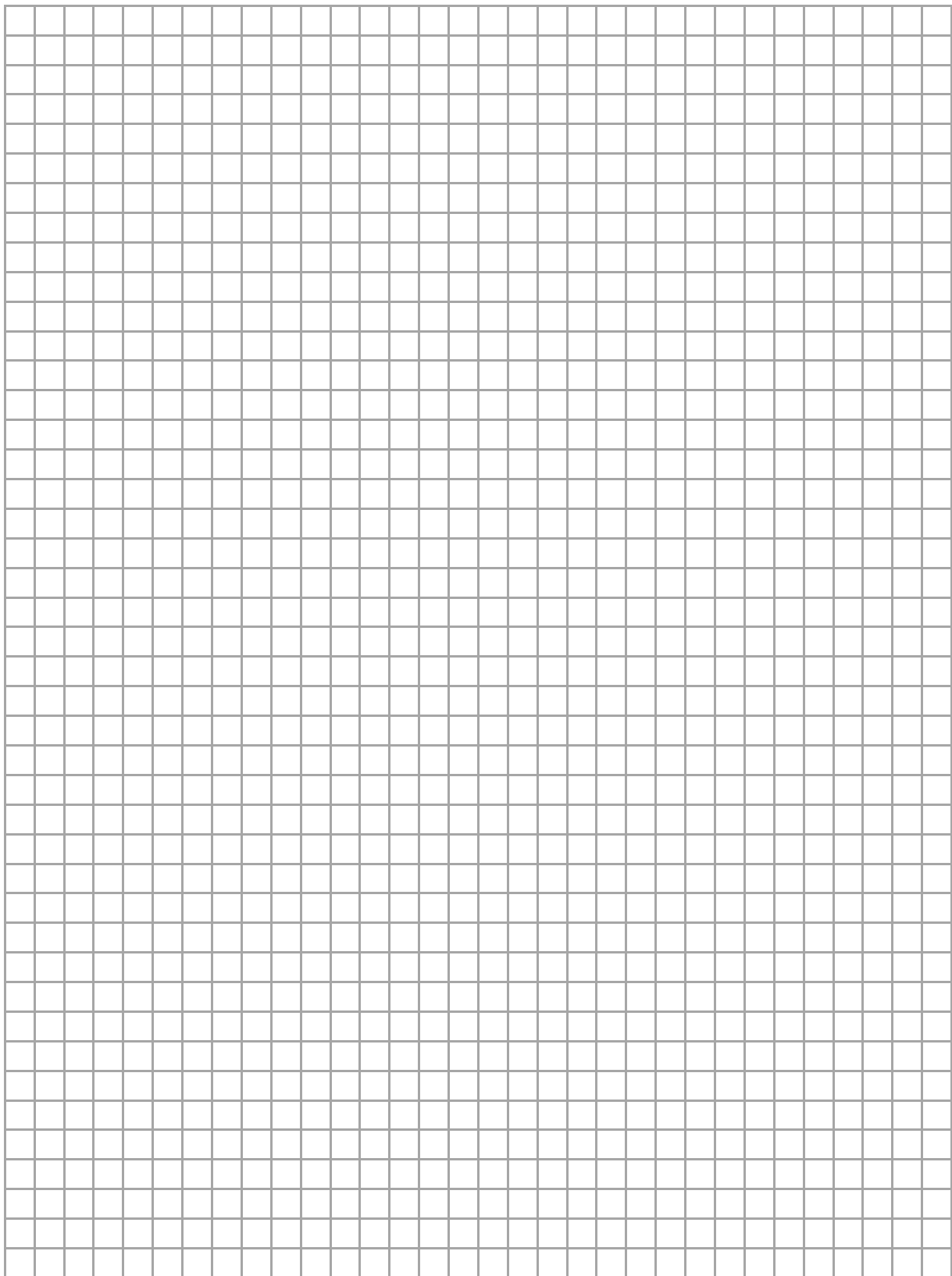
| | | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 5. | 6. |
| | Maks. liczba pkt | 2 | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$





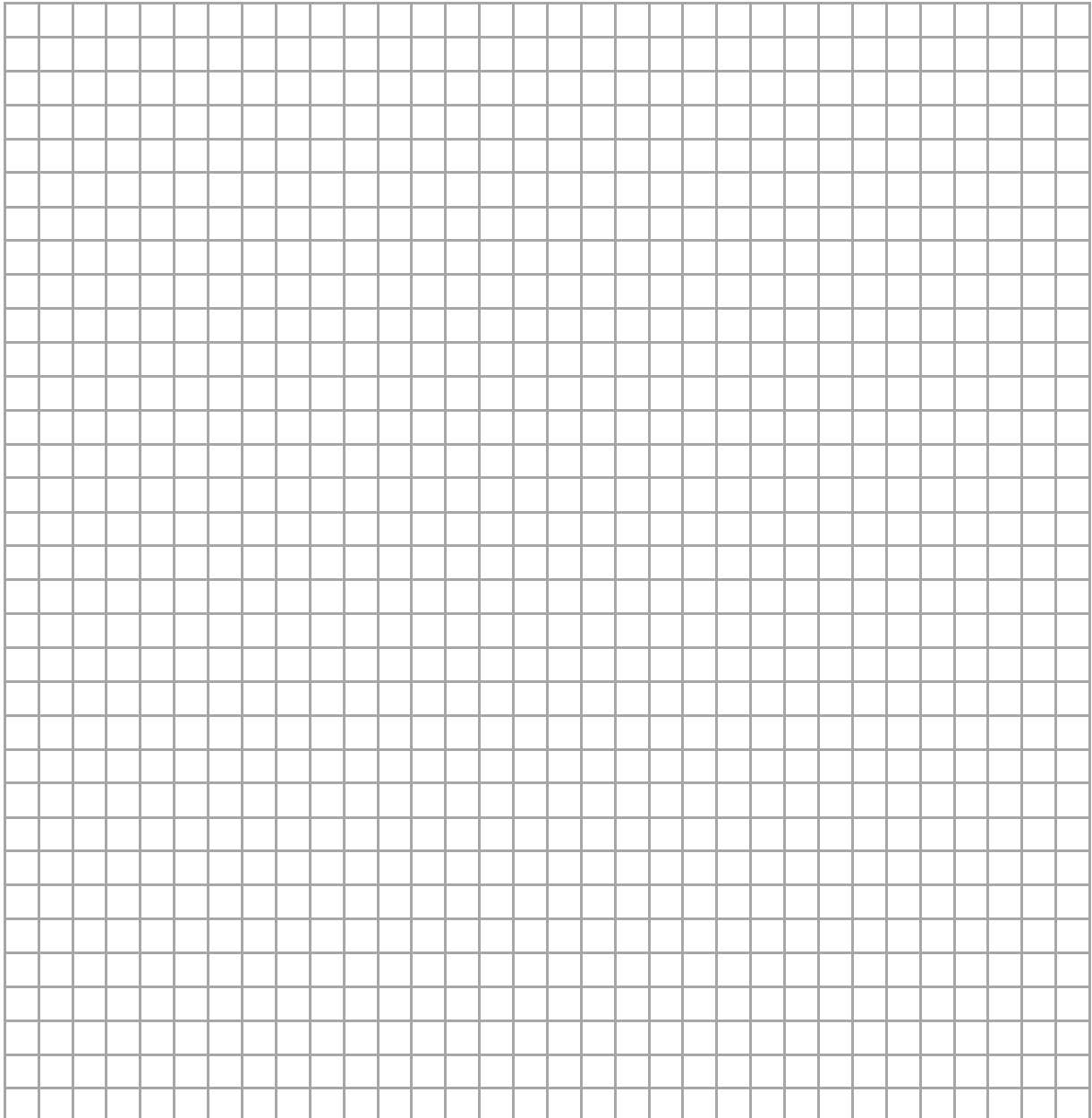
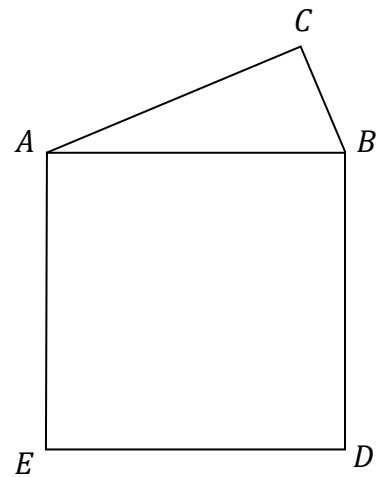
Odpowiedź:

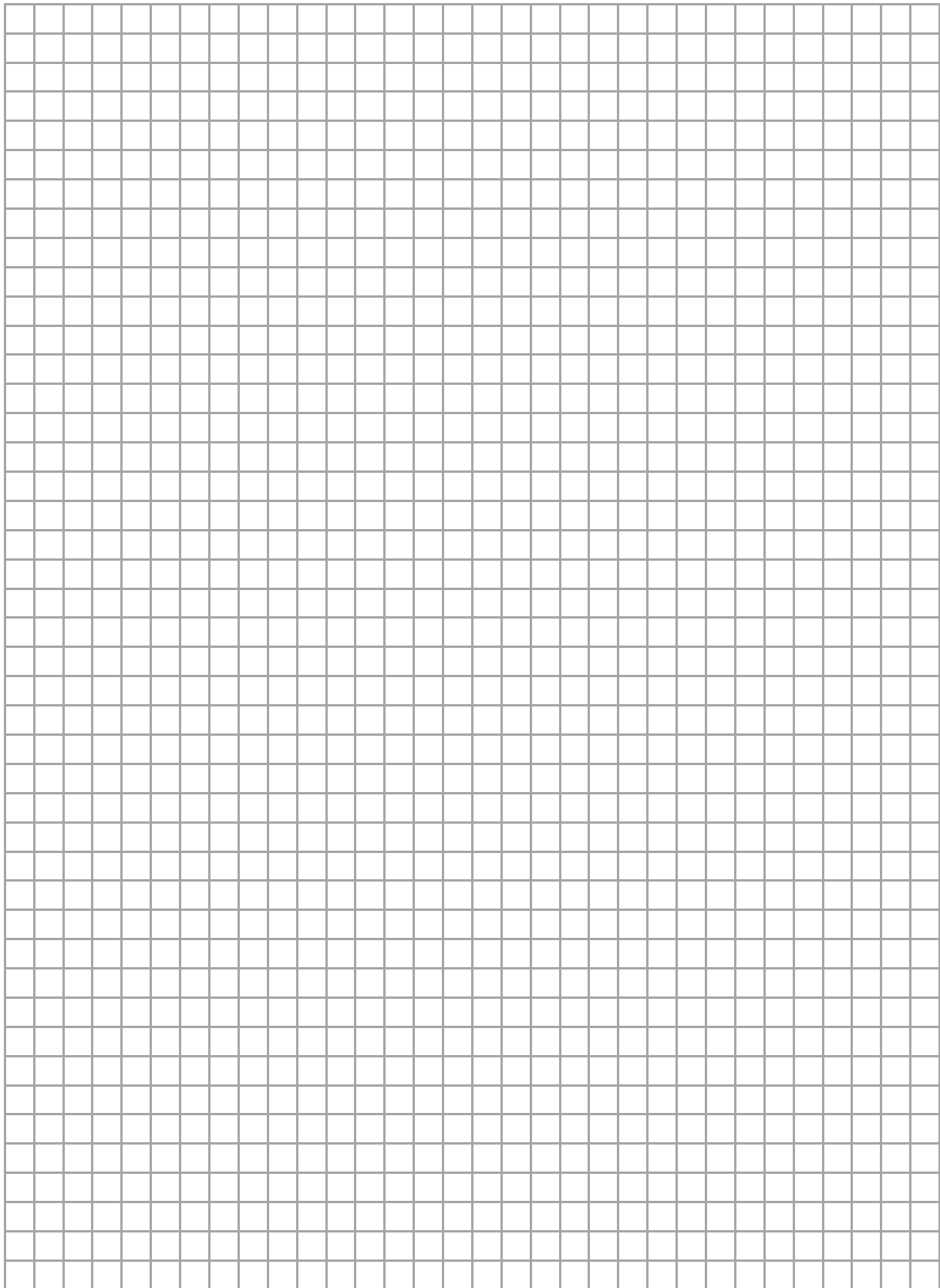
| | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 7. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 8. (0–4)

Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat $ABDE$ (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k .

Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$.

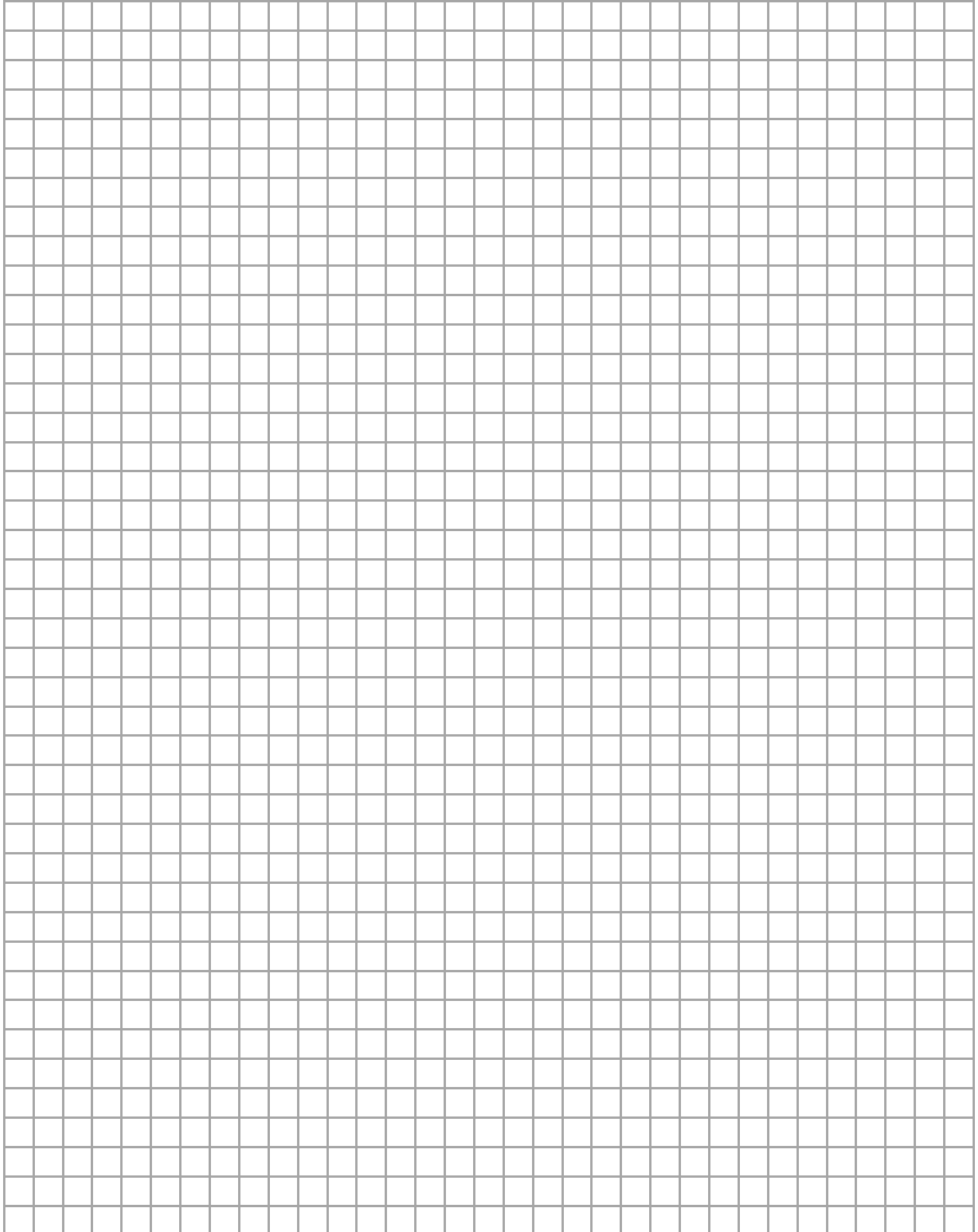


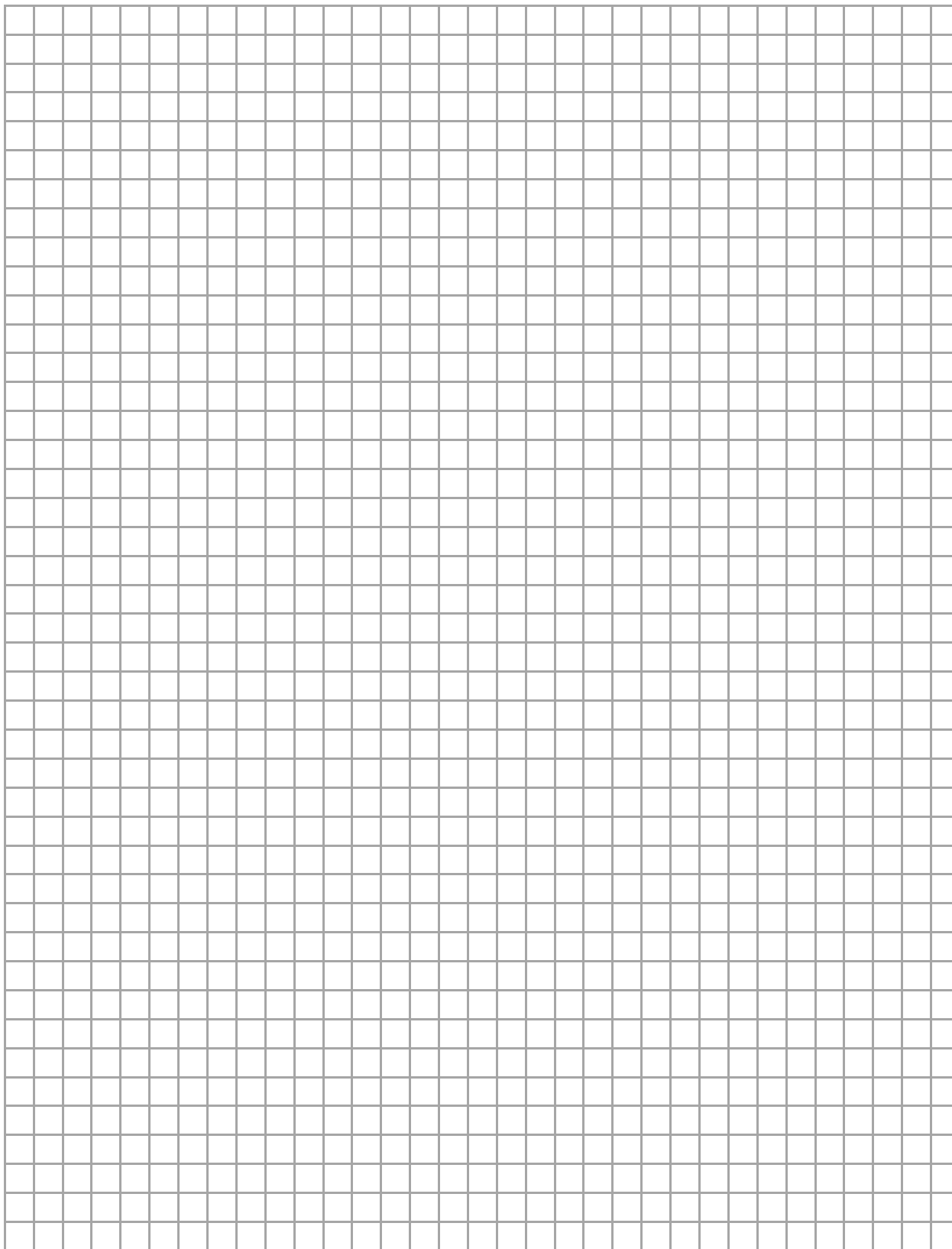


| | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 8. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 9. (0–4)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$. Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta $ABCD$ są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.



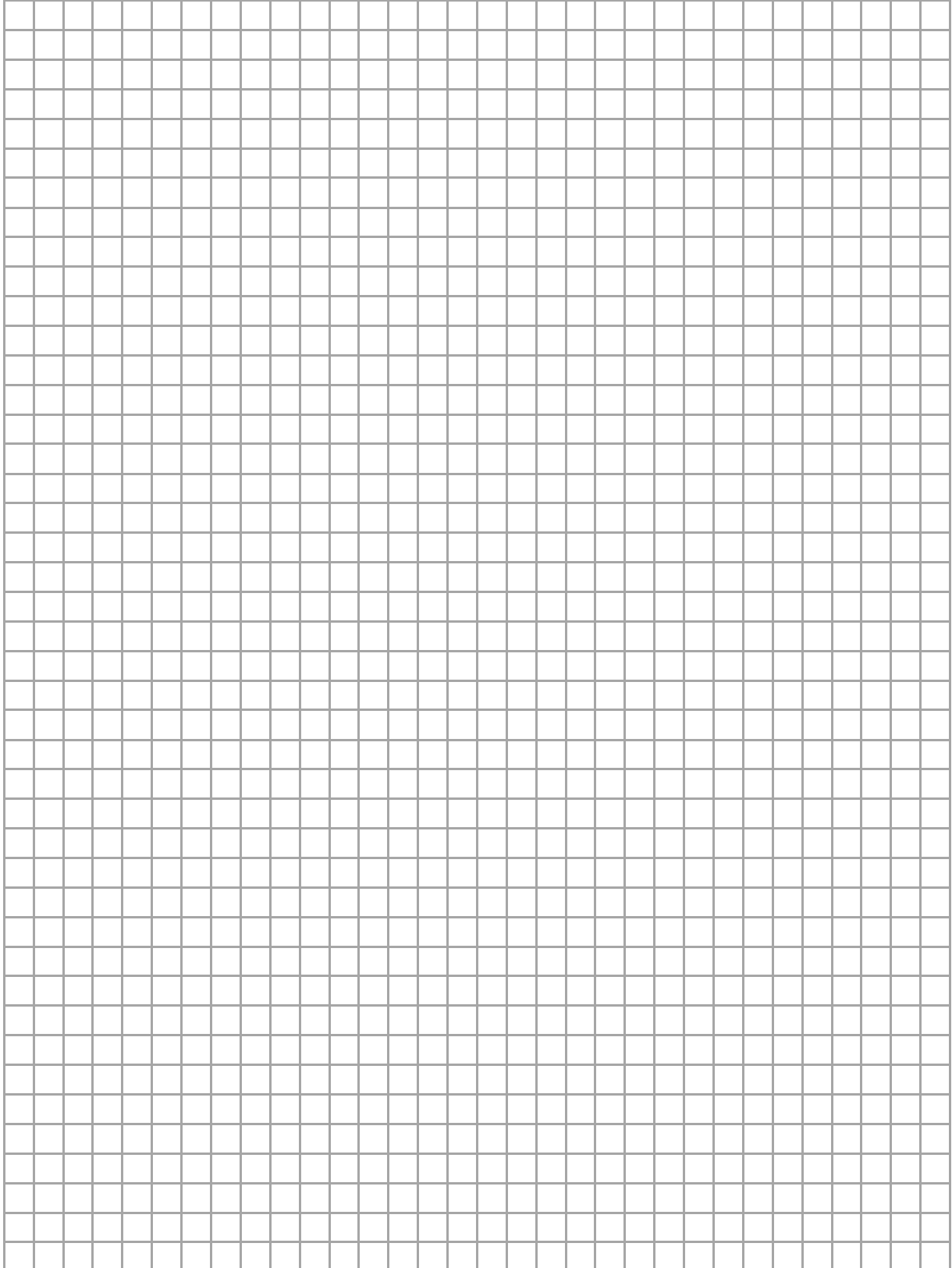


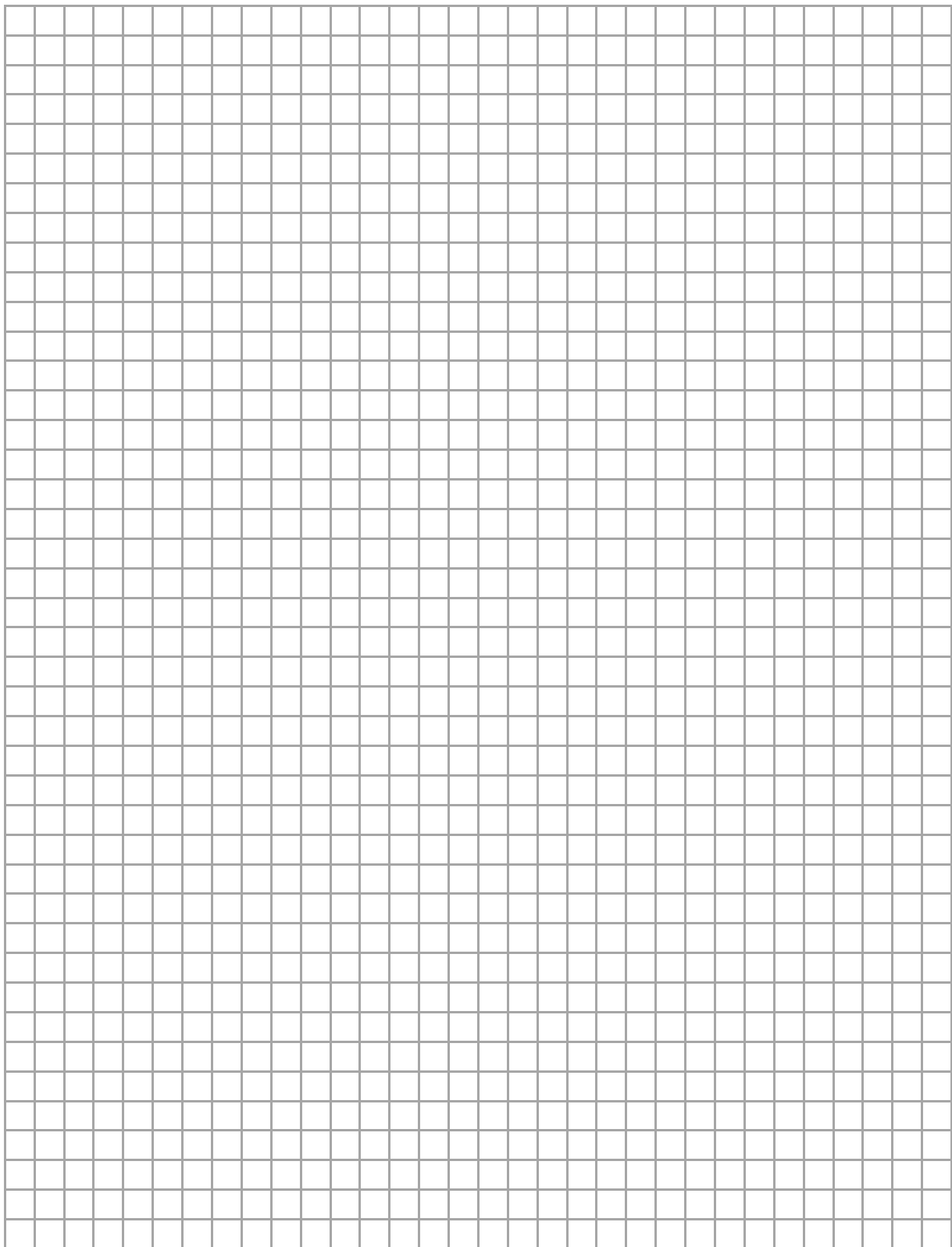
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 9. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 10. (0–4)

Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$ przez dwumiany $(x - 2)$ i $(x - 3)$ są odpowiednio równe (-8) oraz (-18) . Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 4)$.





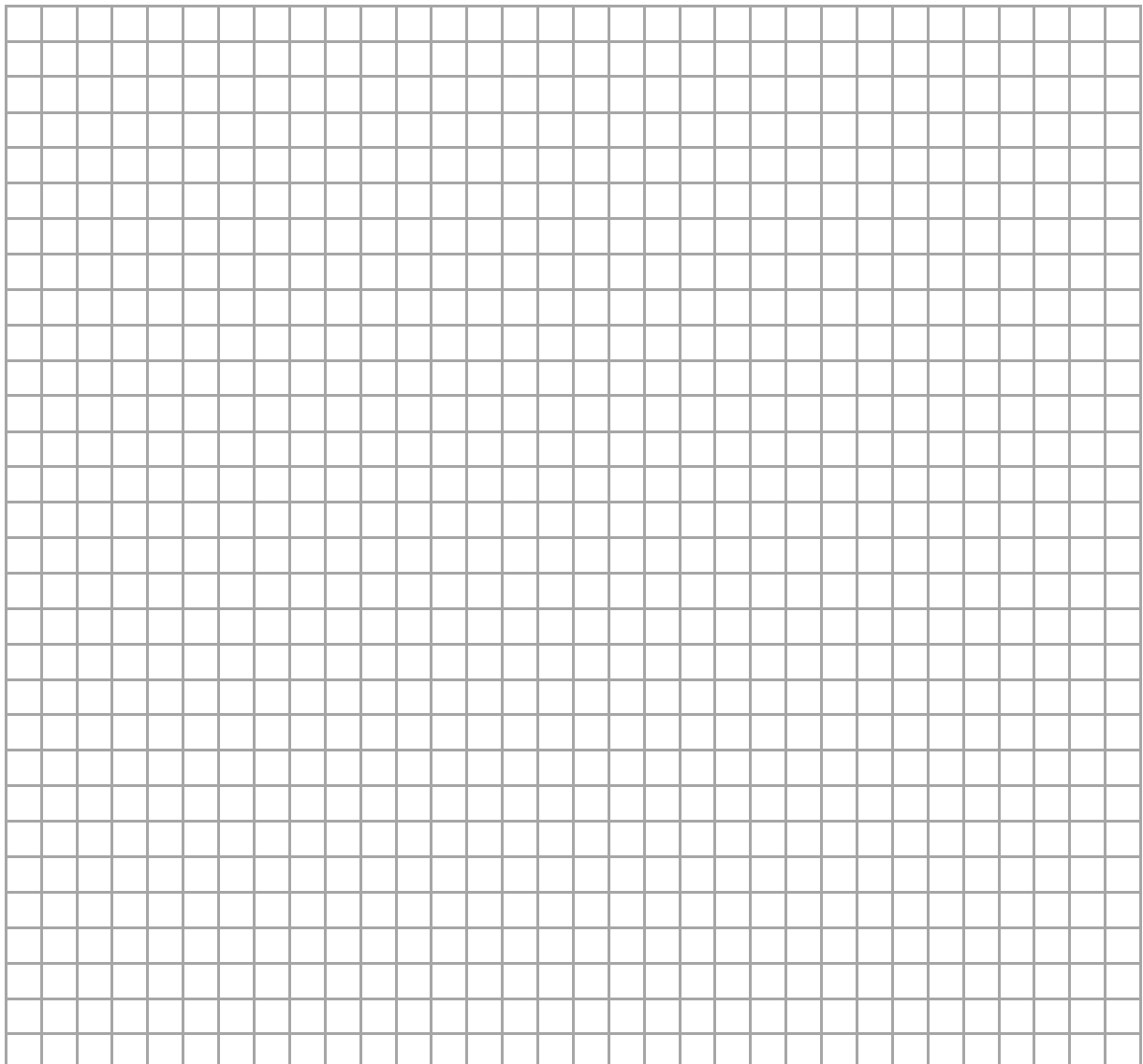
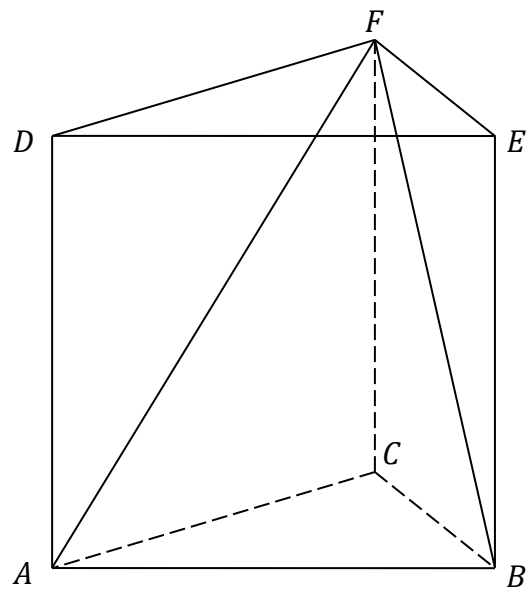
Odpowiedź:

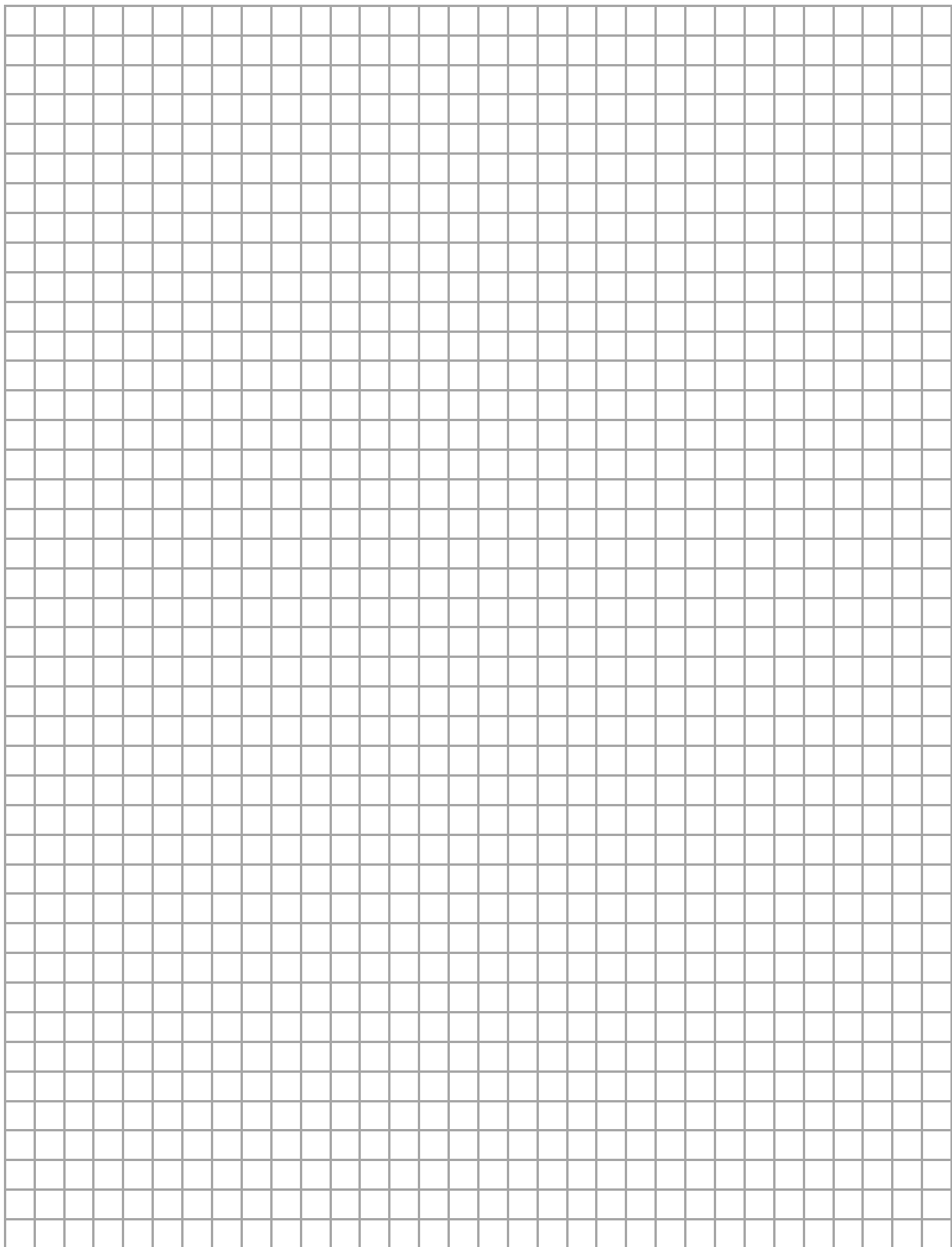
| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 10. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 11. (0–4)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).

Oblicz sinus kąta AFB .



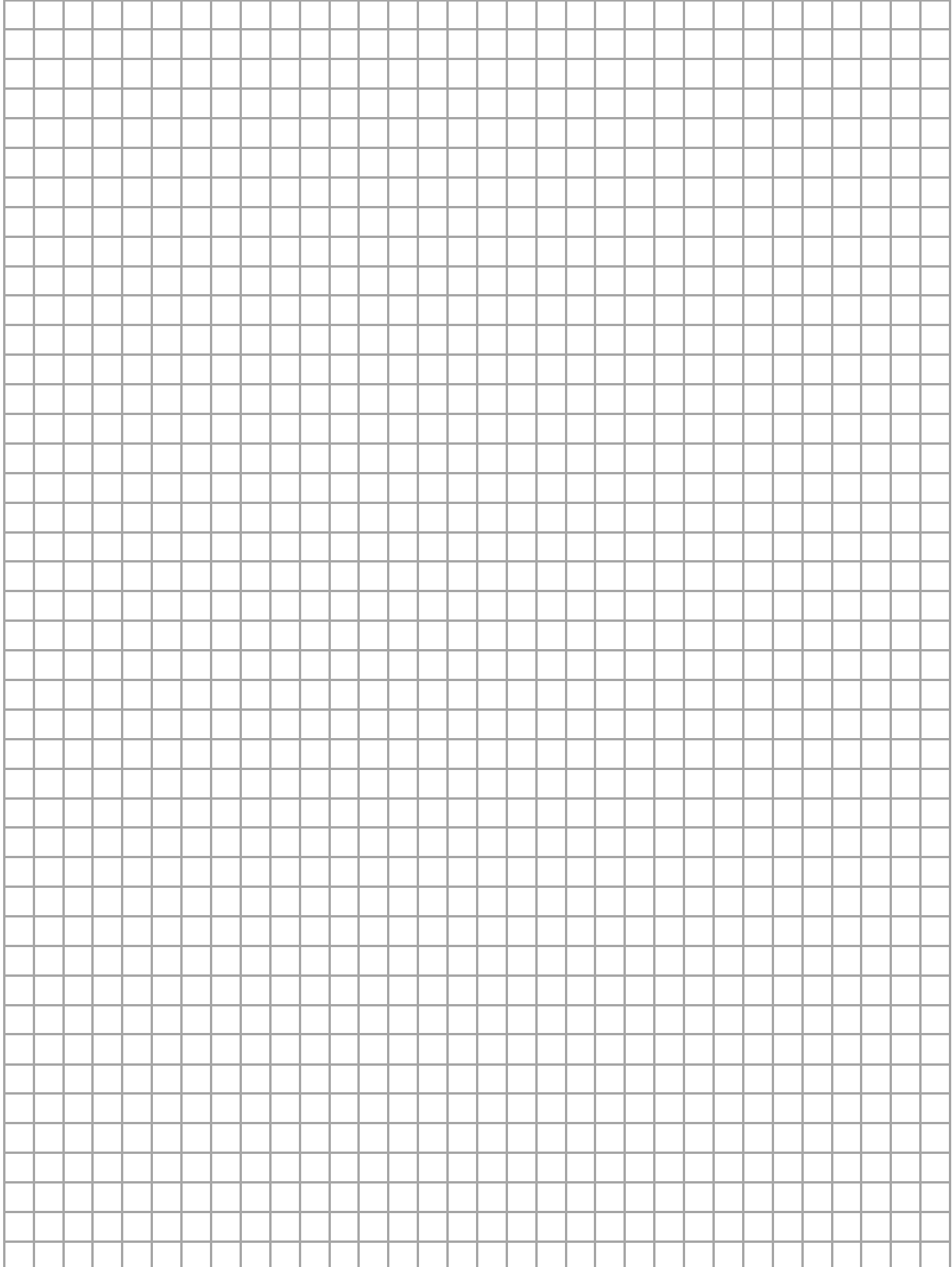


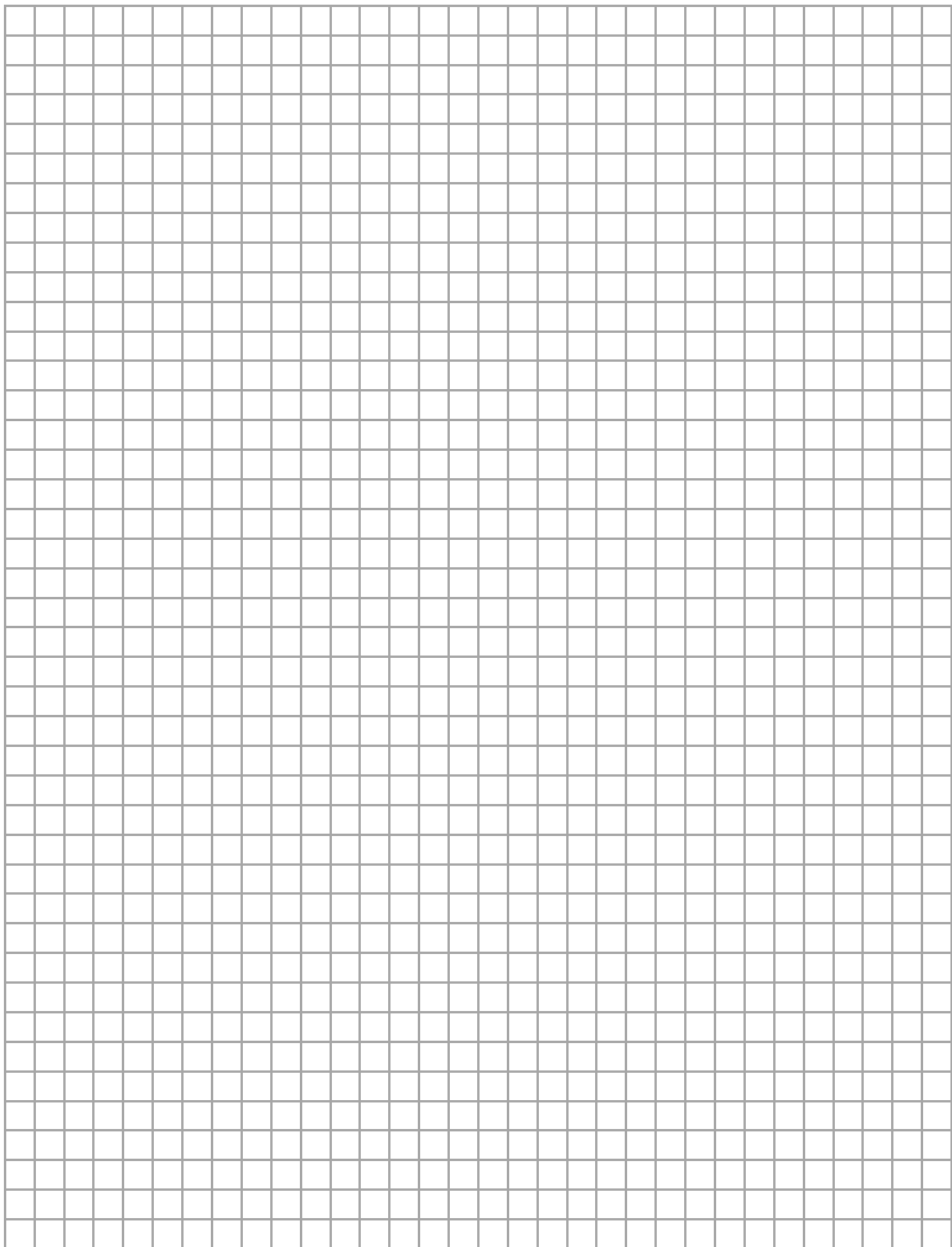
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 11. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 12. (0–5)

Czterowyzowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 100, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d) .



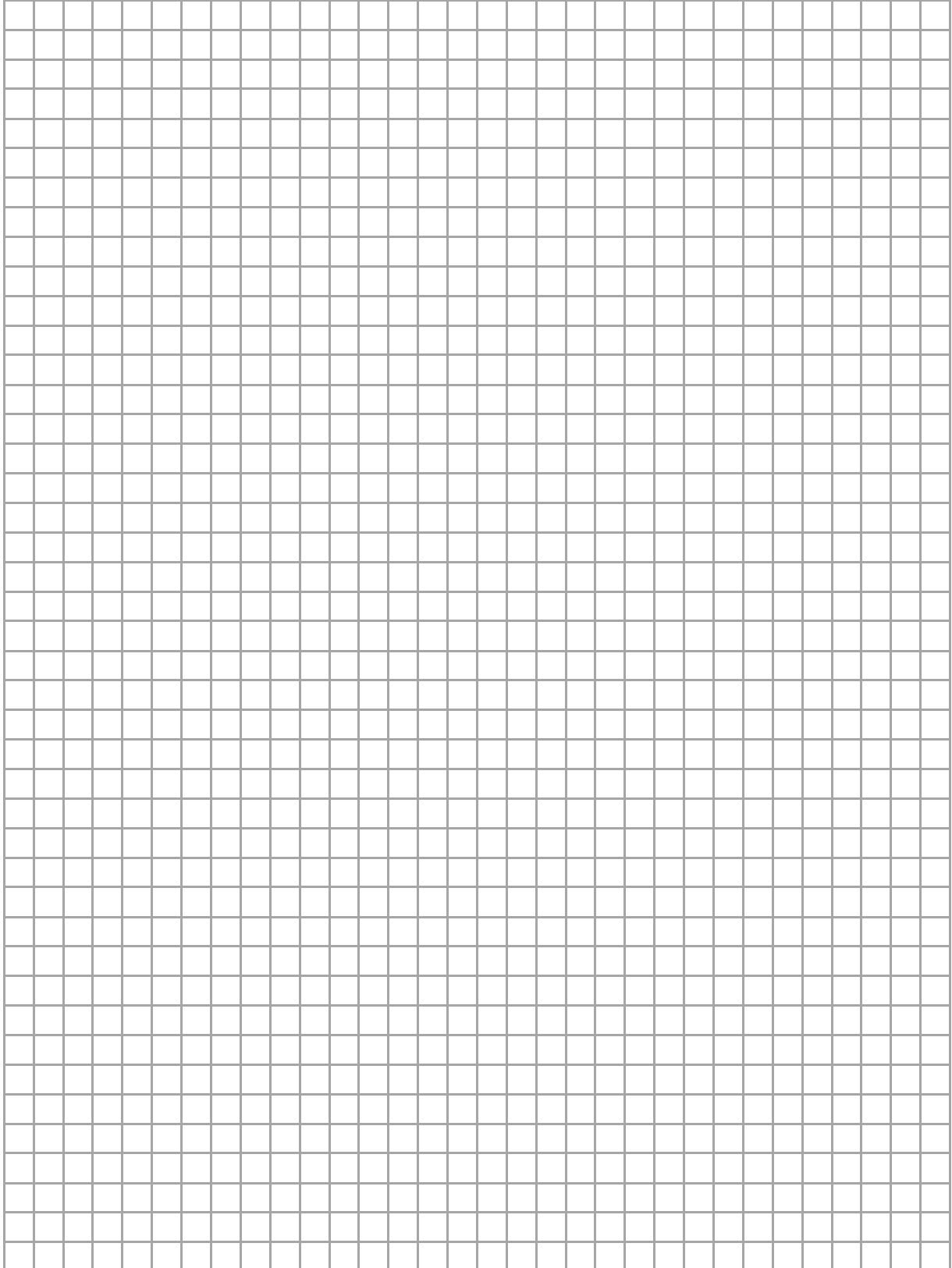


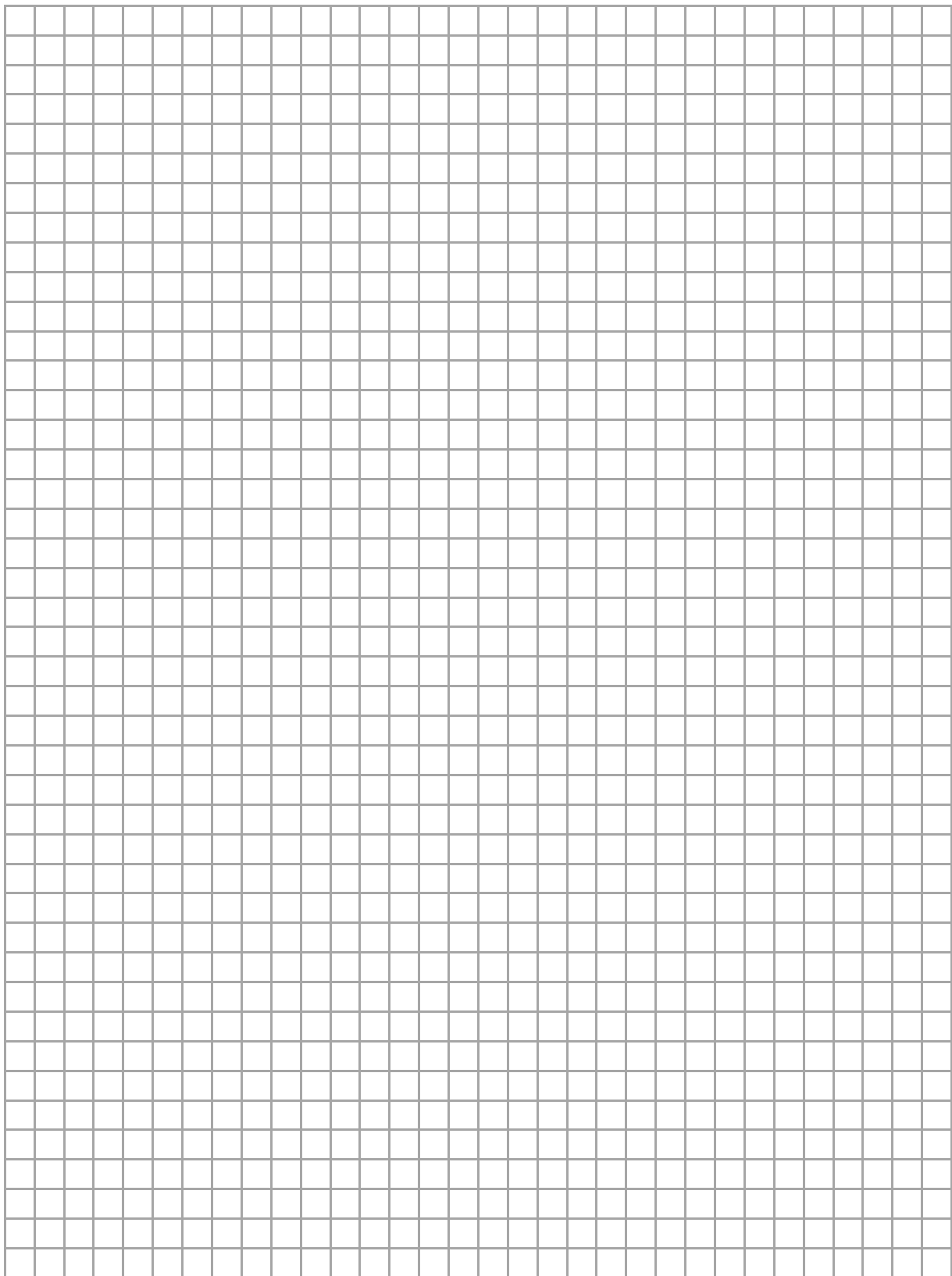
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 12. |
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 13. (0–5)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = x + b$, $y = x + 2b$, $y = b$, $y = 2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b \neq 2$ i $b \neq 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru b , dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.



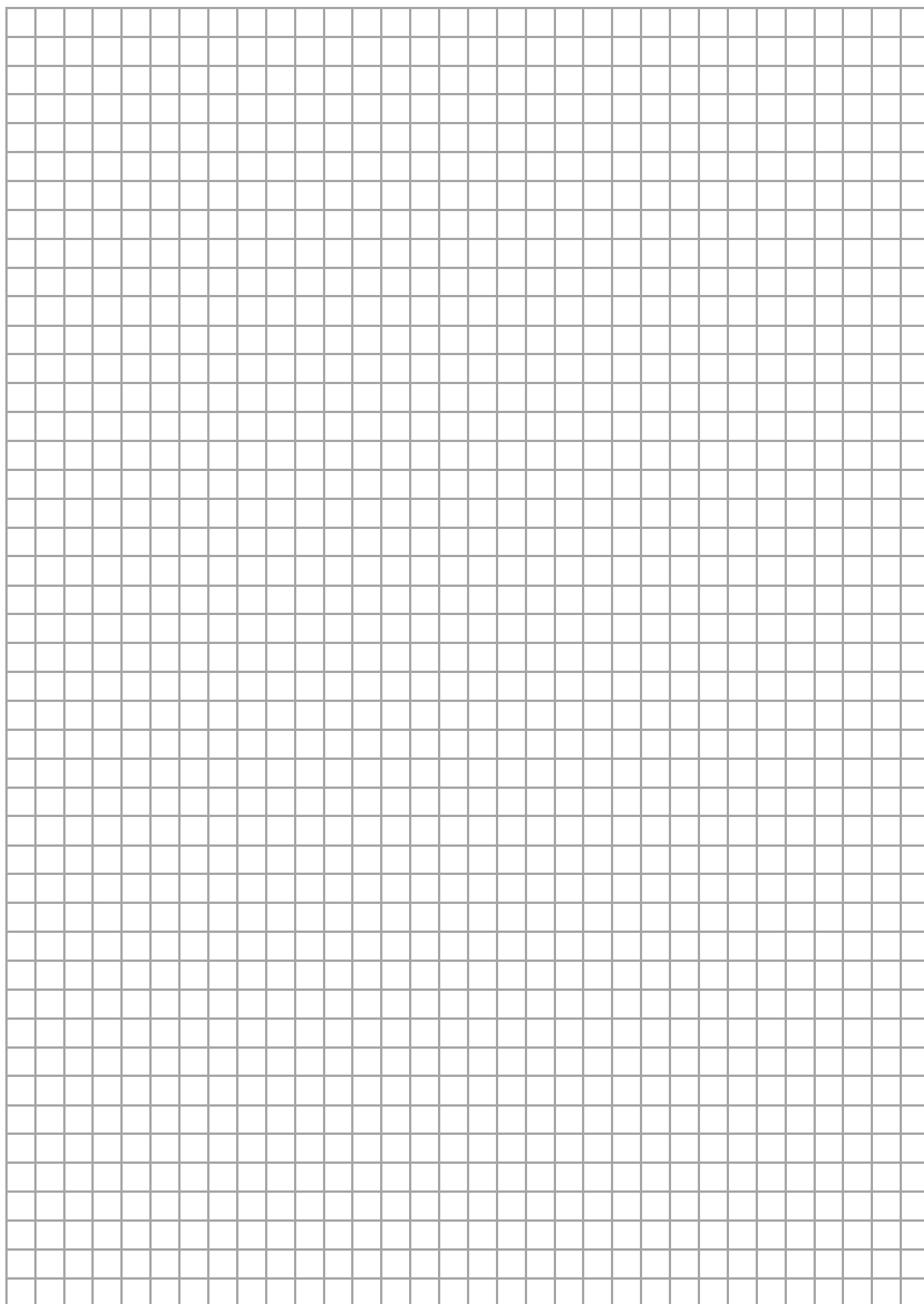


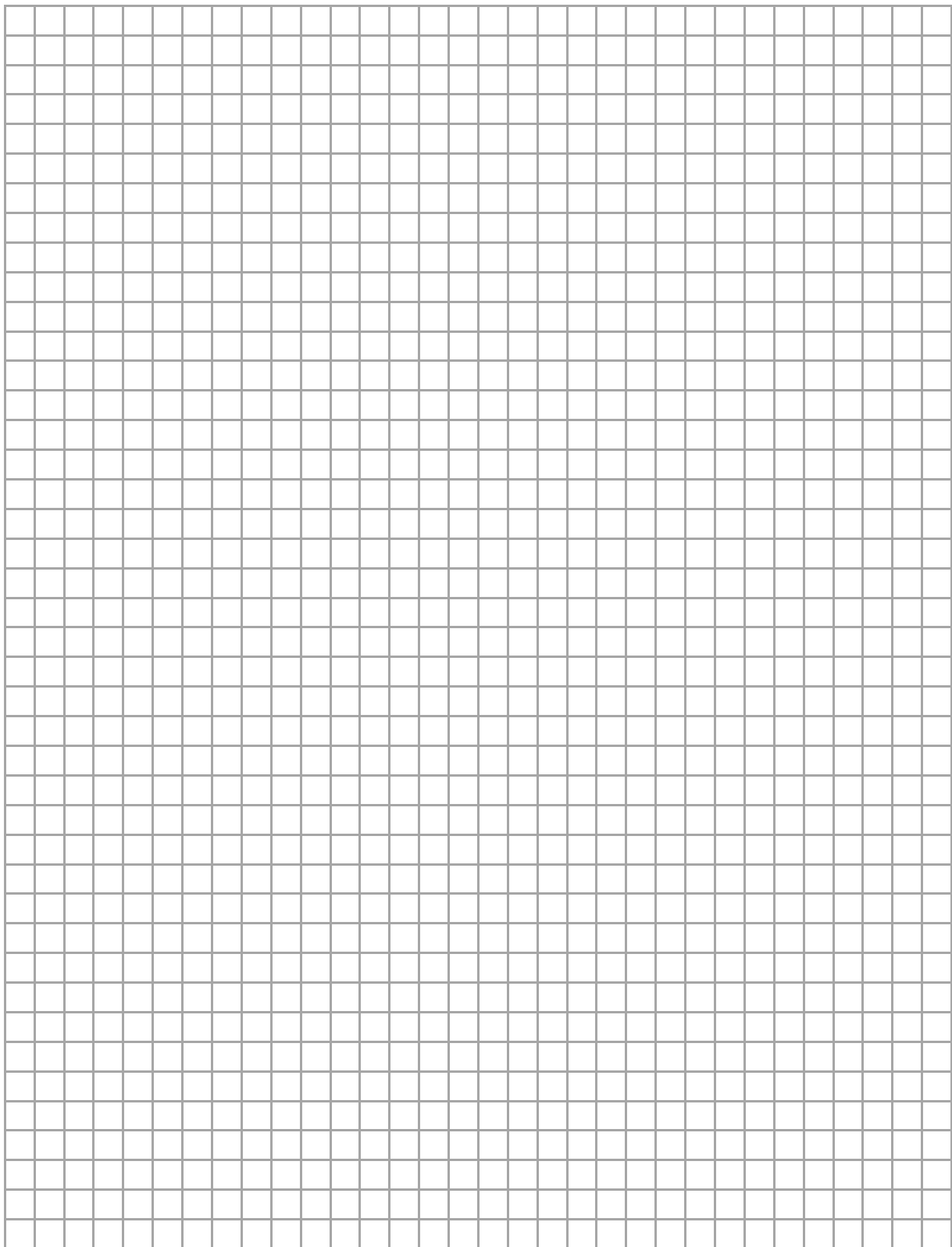
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 13. |
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 14. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których równanie $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.



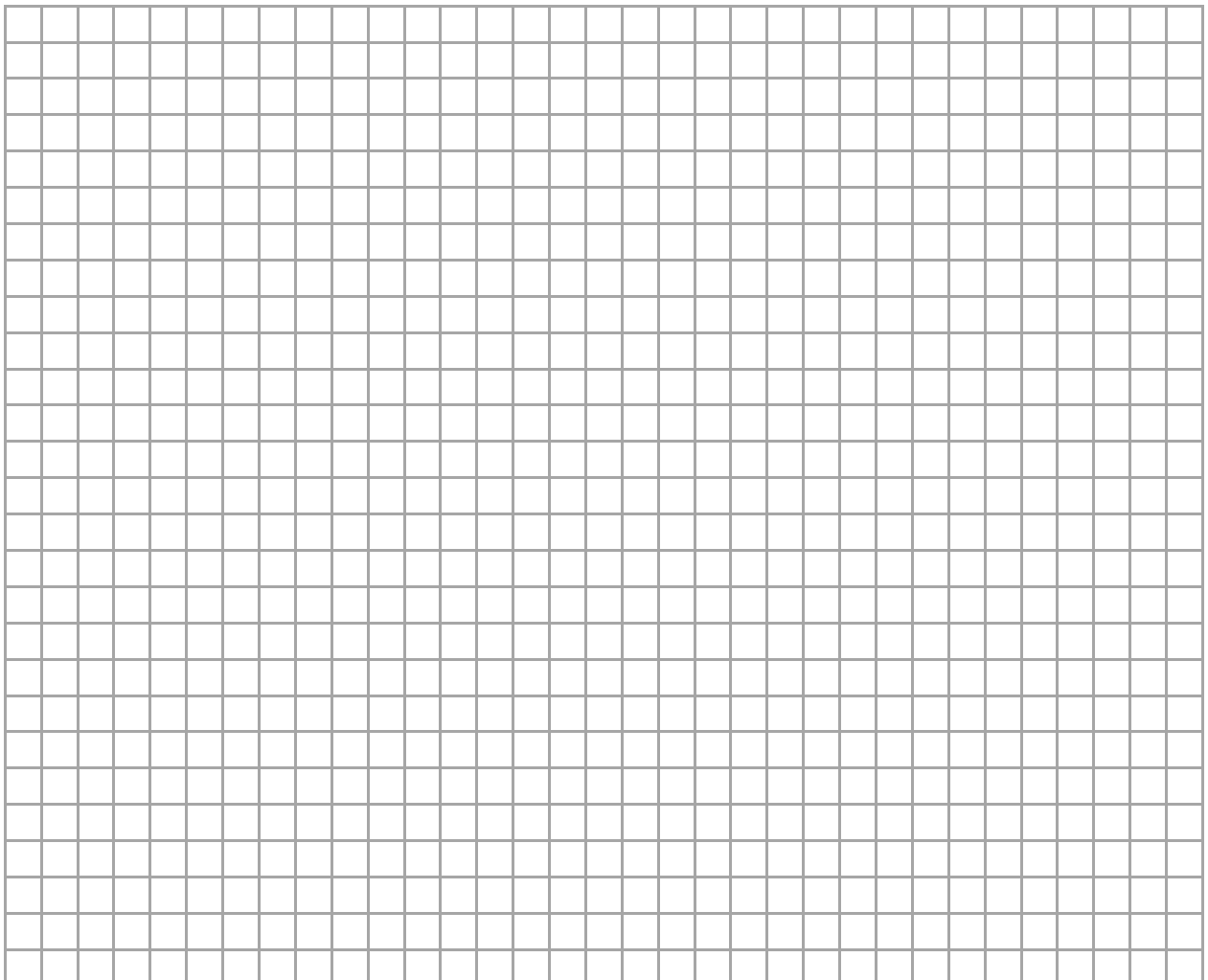
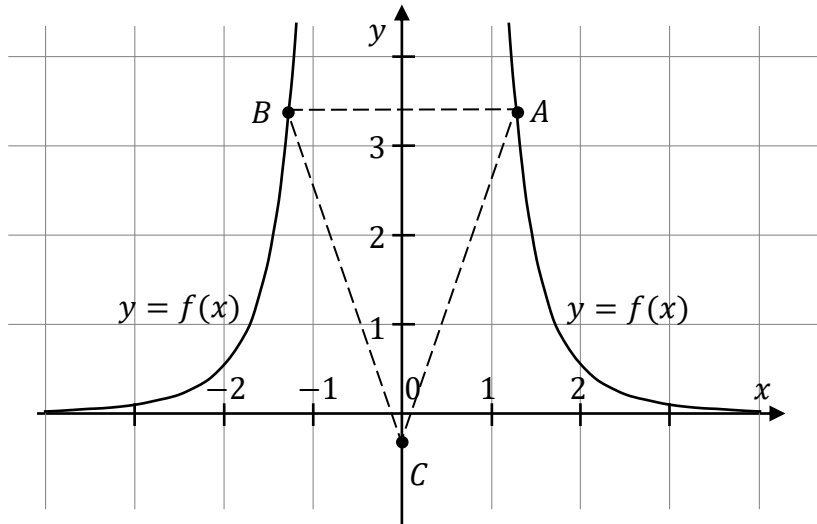


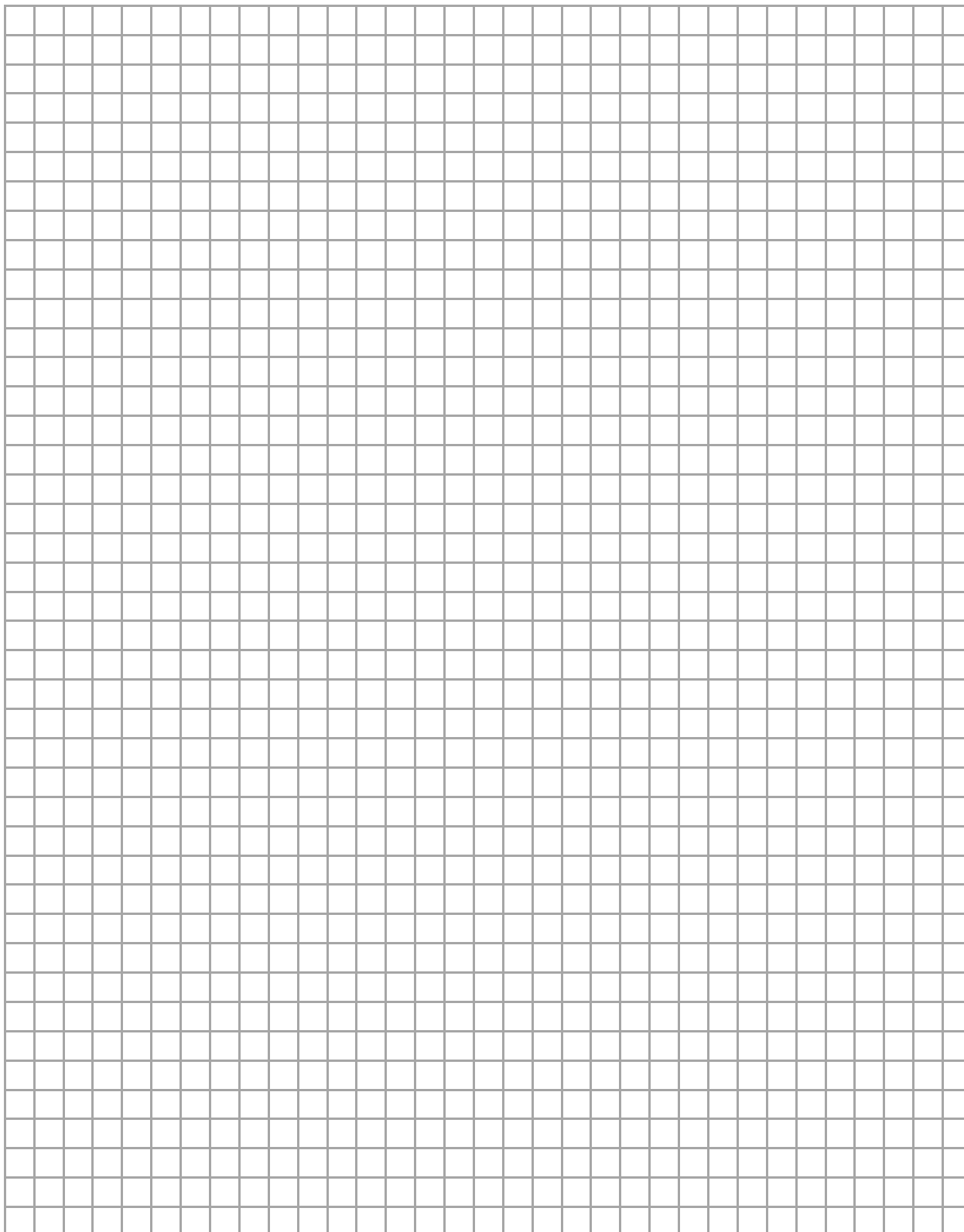
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 14. |
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 15. (0–6)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC , których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $(0, -\frac{1}{3})$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków A i B , dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.





Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 15. |
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

